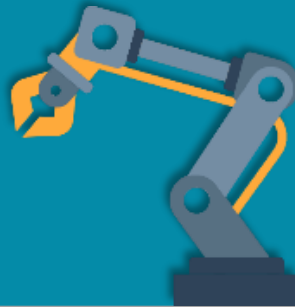


Robotik

Vize Uygulaması | Mart 2020



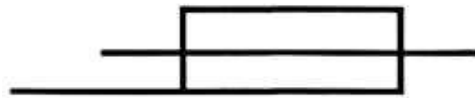


ÖRNEK 1)

- Şekilde şematik verilen robot manipülatörlerinin, mafsal tipine göre sınıflandırma yaklaşımı olan ikili ve üçlü harf kodlarını tablo üzerine yazınız.

(a) =	(b) =	(c) =	(d) =	(e) =
(f) =	(g) =	(h) =		

P:



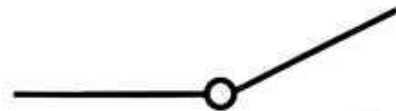
Kağıt düzlemine paralel bir kayma (prizmatik eklem)

P:



Kağıt düzlemine dik bir kayma (prizmatik eklem)

R:

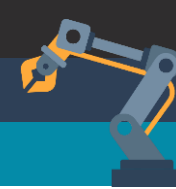


Kağıt düzlemine dik bir dönme (dönel eklem)

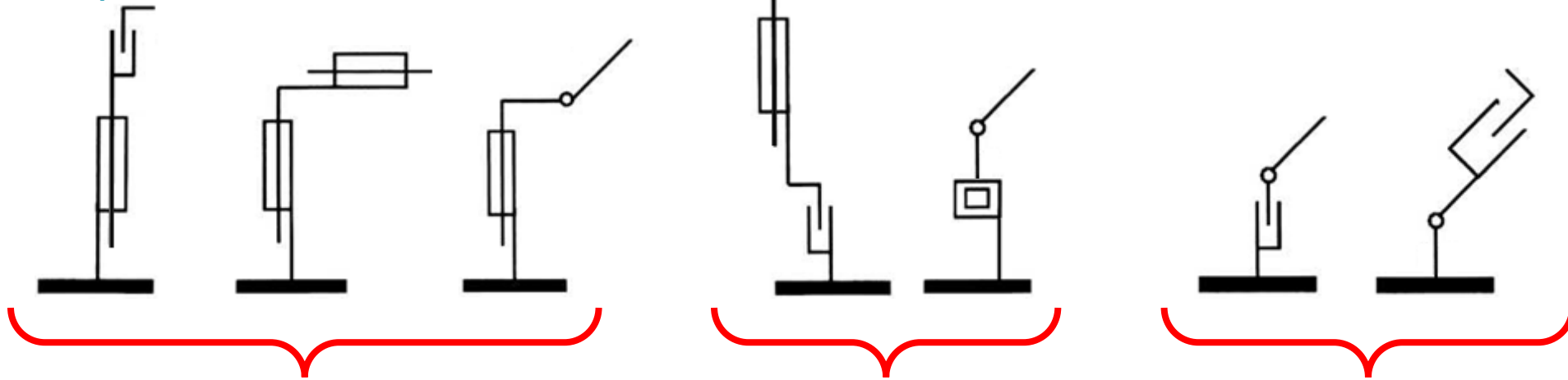
R:



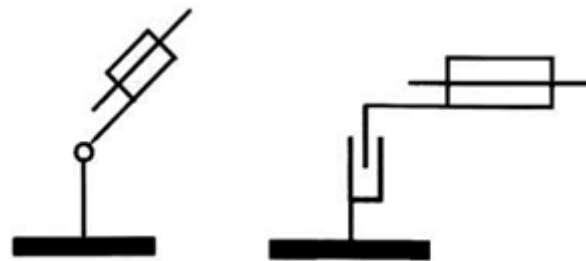
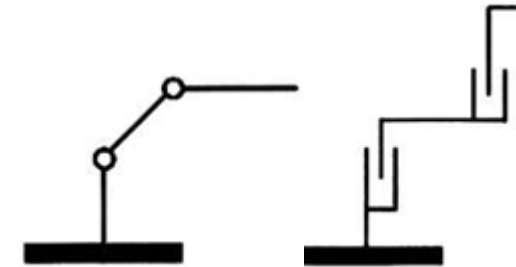
Kağıt düzlemine paralel bir dönme (dönel eklem)



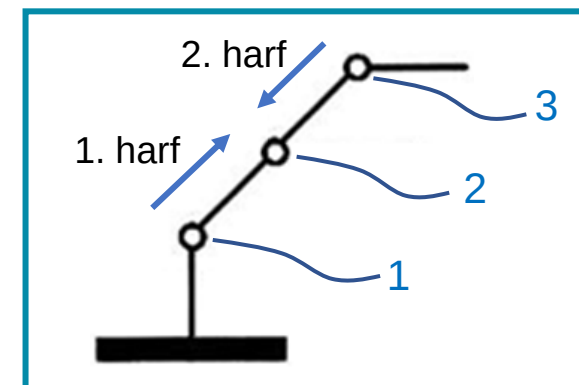
ÖRNEK 1)

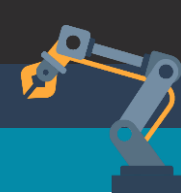
**S**

Kayma

CKayma eksenine paralel
eksende dönme**N**Dönme eksenine dik
eksende dönmeKayma eksenine
dik dönmeDönme eksenine
paralel dönme**R**

S - C - N - R
Slide Circle Round



**ÖRNEK 1)**

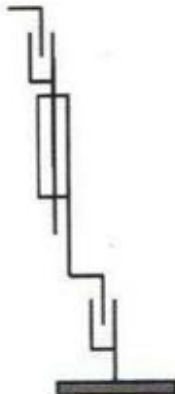
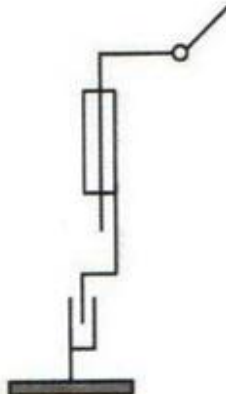
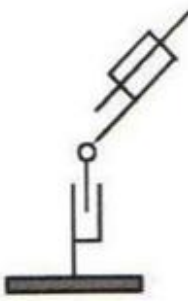
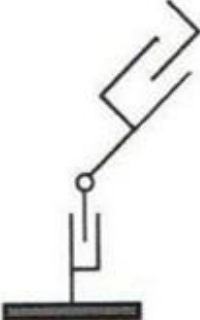
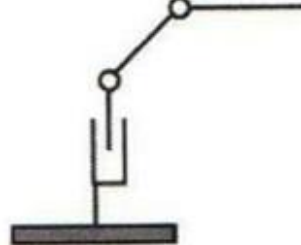
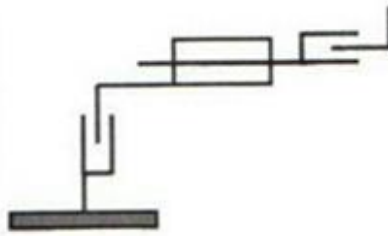
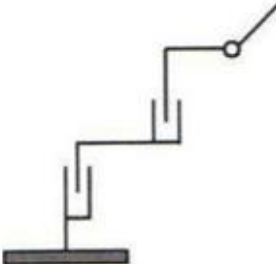
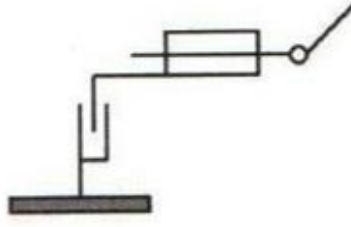
- Şekilde şematik verilen robot manipülatörlerinin, mafsal tipine göre sınıflandırma yaklaşımı olan üçlü harf kodlarını tablo üzerine yazınız.

(a) =	(b) =	(c) =	(d) =	(e) =
(f) =	(g) =	(h) =		



ÇÖZÜM 1)

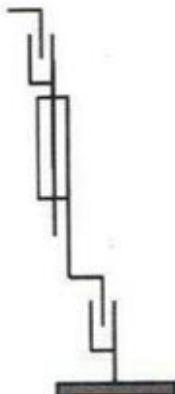
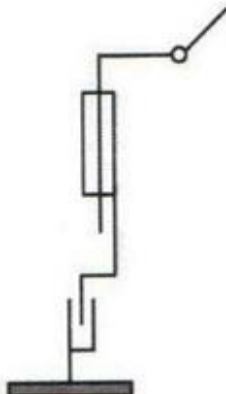
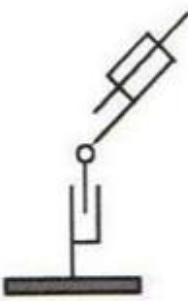
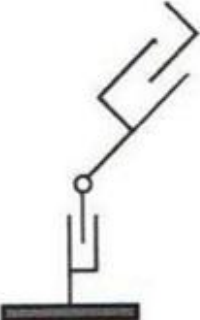
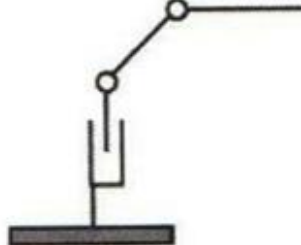
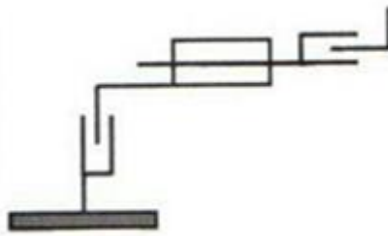
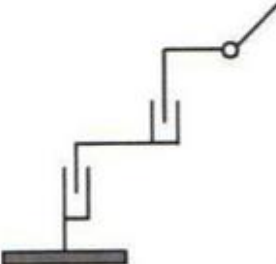
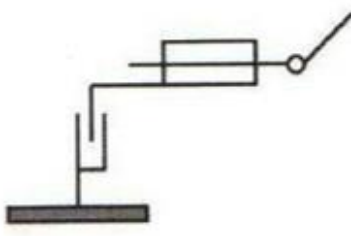
- İkili Harf Kodu;

				
(a) CC	(b) CR	(c) NS	(d) NN	(e) NR
				
(f) RC	(g) RN	(h) RR		



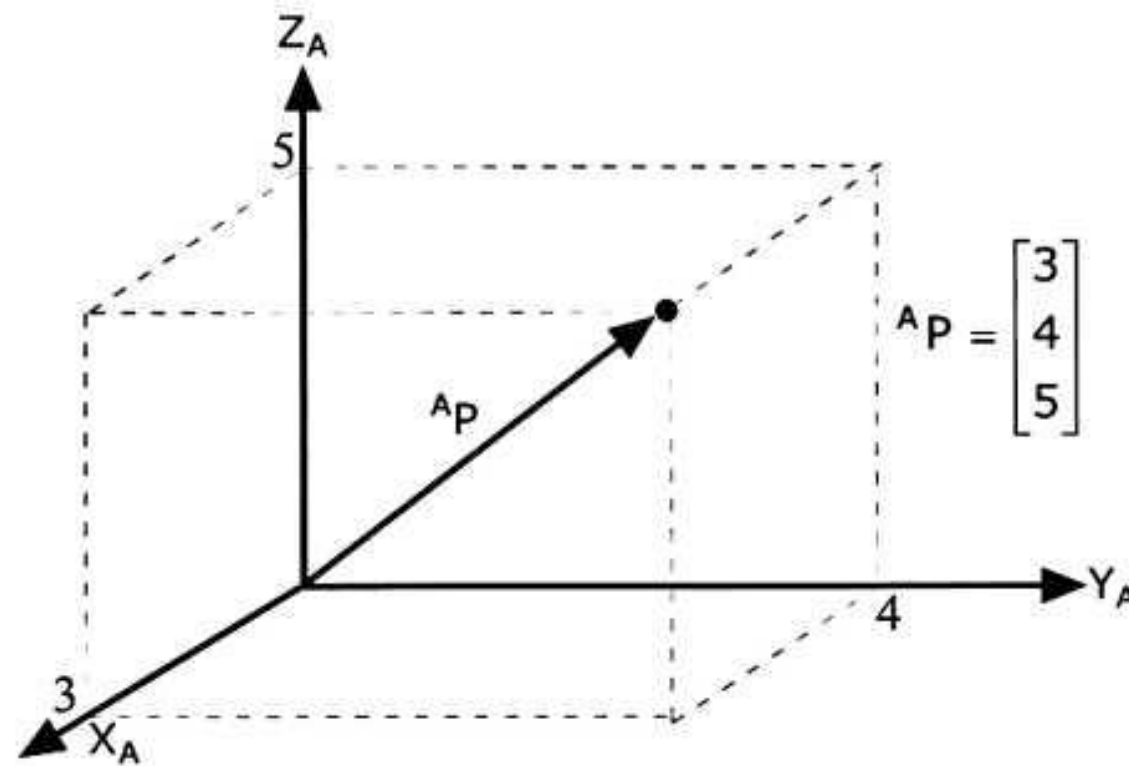
ÇÖZÜM 1)

- Üçlü Harf Kodu;

				
(a) RPR	(b) RPR	(c) RRP	(d) RRR	(e) RRR
				
(f) RPR	(g) RRR	(h) RPR		

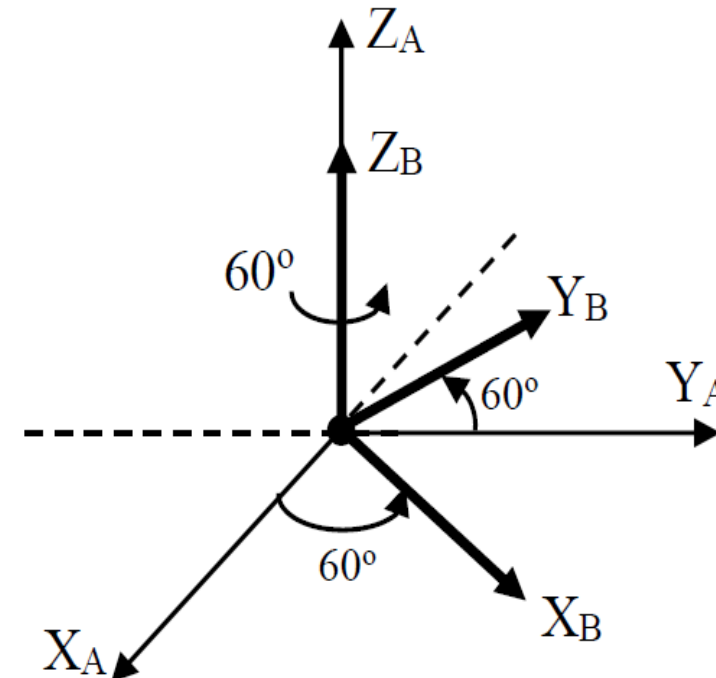
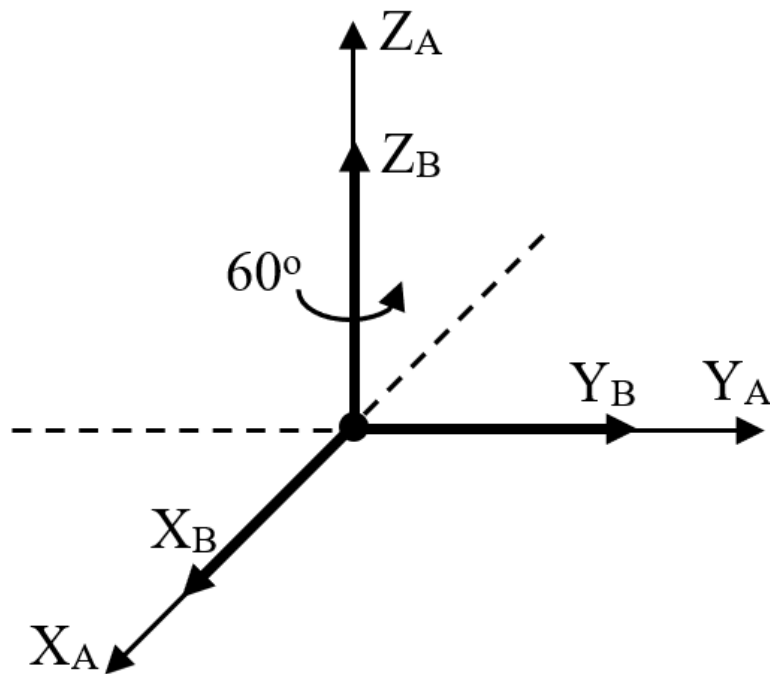
**ÖRNEK 2)**

- Üç boyutlu uzayda **{A}** koordinat sistemine göre **$P=(3, 4, 5)$** noktası veriliyor. Bu P noktasının {A} koordinat sistemine göre konumunu şekil üzerinde gösteriniz.

ÇÖZÜM 2)

**ÖRNEK 3)**

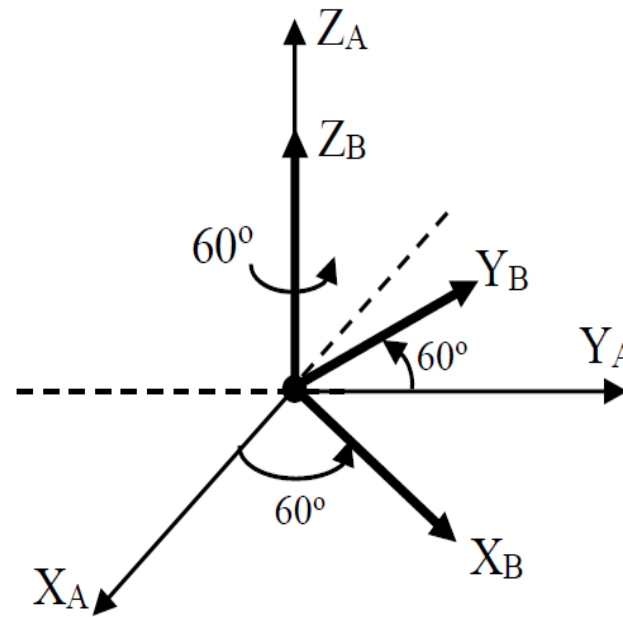
- Şekilde verildiği gibi, merkezleri çakışık ve üst üste olan koordinat sistemlerinden {B} koordinat sistemi; {A} koordinat sistemine göre **Z ekseninde (saat yönünün tersine) 60°** döndürülüyor. Yeni durumda; {B} koordinat sistemine göre ${}^B\mathbf{P} = [1 \ 2 \ 3]^T$ konumunda bulunan P noktasının {A} koordinat sistemine göre konumunu **(matrisel yolla)** bulunuz.





ÇÖZÜM 3)

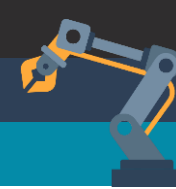
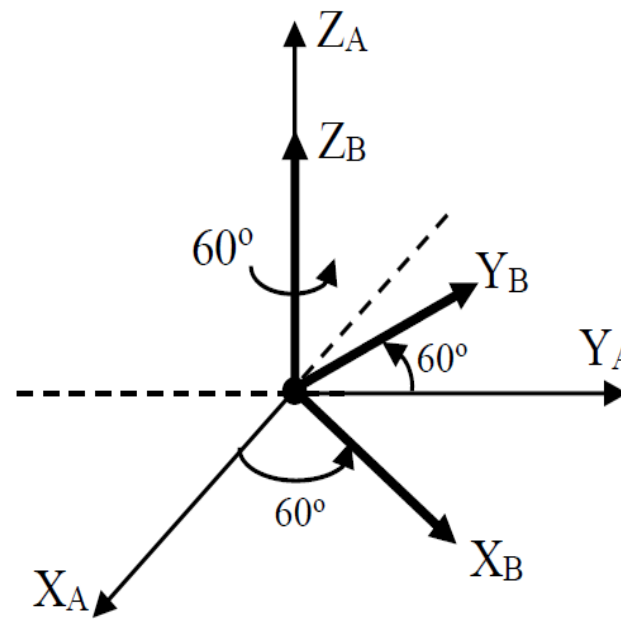
1. Yöntem



$${}^A_B R = \begin{matrix} \hat{X}_A \\ \hat{Y}_A \\ \hat{Z}_A \end{matrix} \begin{matrix} \hat{X}_B & \hat{Y}_B & \hat{Z}_B \end{matrix} \begin{bmatrix} |X_B||X_A|\cos\gamma_{AB} & |Y_B||X_A|\cos\theta_{AB} & |Z_B||X_A|\cos\varphi_{AB} \\ |X_B||Y_A|\cos\beta_{AB} & |Y_B||Y_A|\cos\phi_{AB} & |Z_B||Y_A|\cos\delta_{AB} \\ |X_B||Z_A|\cos\alpha_{AB} & |Y_B||Z_A|\cos\psi_{AB} & |Z_B||Z_A|\cos\sigma_{AB} \end{bmatrix}$$

$${}^A_B R = \begin{bmatrix} (1)(1)\cos(60) & (1)(1)\cos(150) & (1)(1)\cos(90) \\ (1)(1)\cos(30) & (1)(1)\cos(60) & (1)(1)\cos(90) \\ (1)(1)\cos(90) & (1)(1)\cos(90) & (1)(1)\cos(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,5 & -0,866 & 0 \\ 0,866 & 0,5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^A P = {}^A_B R {}^B P = \begin{bmatrix} 0,5 & -0,866 & 0 \\ 0,866 & 0,5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1,232 \\ 4,5 \\ 3 \end{bmatrix}$$

**ÇÖZÜM 3)****2. Yöntem****Dönme Operatörleri**

$$R_Z(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

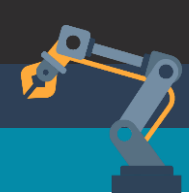
$$R_Y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_X(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

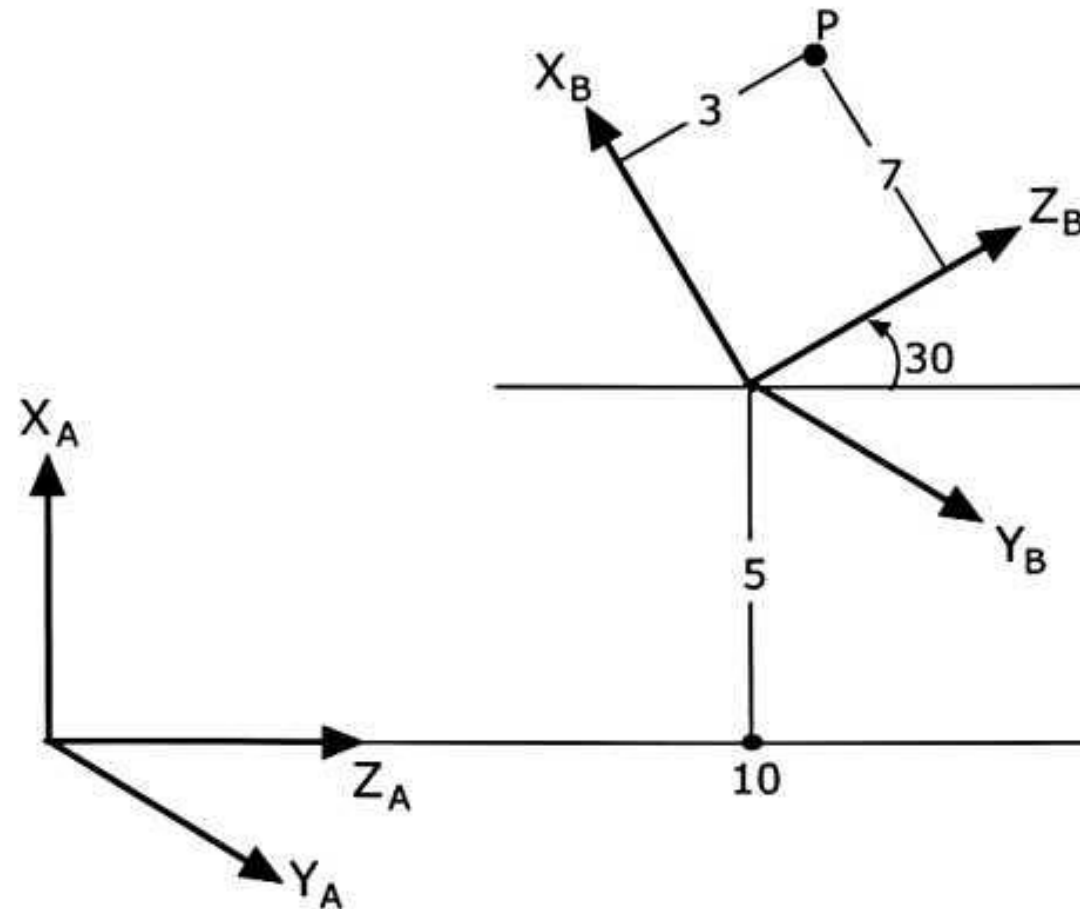
$$R_Z = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_Z = \begin{bmatrix} \cos 60 & -\sin 60 & 0 \\ \sin 60 & \cos 60 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,5 & -0,866 & 0 \\ 0,866 & 0,5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^A P = R_Z {}^B P = \begin{bmatrix} 0,5 & -0,866 & 0 \\ 0,866 & 0,5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1,232 \\ 4,5 \\ 3 \end{bmatrix}$$

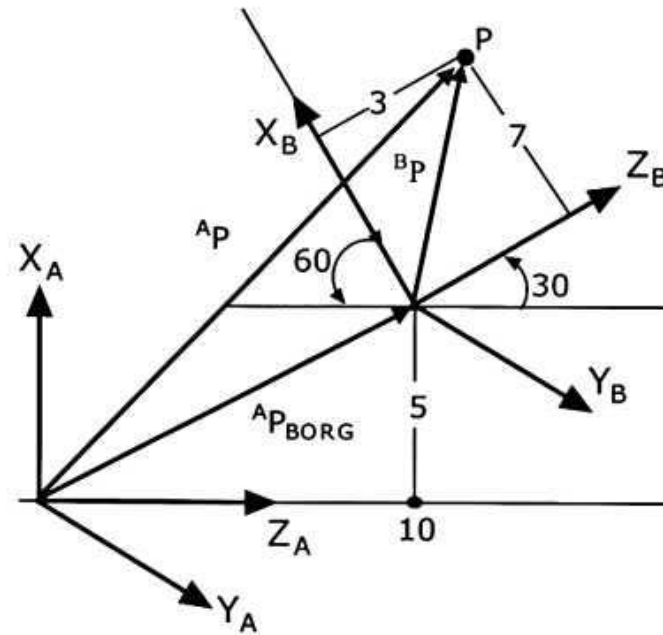
**ÖRNEK 4)**

- Şekilde görüldüğü gibi {B} koordinat sistemi {A} koordinat sistemine göre **Y ekseninde 30 derece** döndürüldükten sonra **X_A ekseninde 5 birim Z_A ekseninde ise 10 birim** öteleniyor. Yeni durumda P noktasının {B} koordinat sistemine göre konumu ${}^B P = [7.0 \ 0 \ 3.0]^T$ şeklinde tanımlanıyor. Buna göre P noktasının {A} koordinat sistemine göre konumunu bulunuz.





ÇÖZÜM 4)



$$\textcircled{1} \quad {}^A_B R = \begin{bmatrix} \cos 30 & \cos 90 & \cos 60 \\ \cos 90 & \cos 0 & \cos 90 \\ \cos 120 & \cos 90 & \cos 30 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.866 & 0 & 0.5 \\ 0 & 1 & 0 \\ -0.5 & 0 & 0.866 \end{bmatrix}$$

$$\textcircled{2} \quad {}^A P_{BORG} = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ 10 \end{bmatrix}$$

$$\boxed{{}^A P = {}^A_B R {}^B P + {}^A P_{BORG}} = \begin{bmatrix} 0.866 & 0 & 0.5 \\ 0 & 1 & 0 \\ -0.5 & 0 & 0.866 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ 10 \end{bmatrix}$$

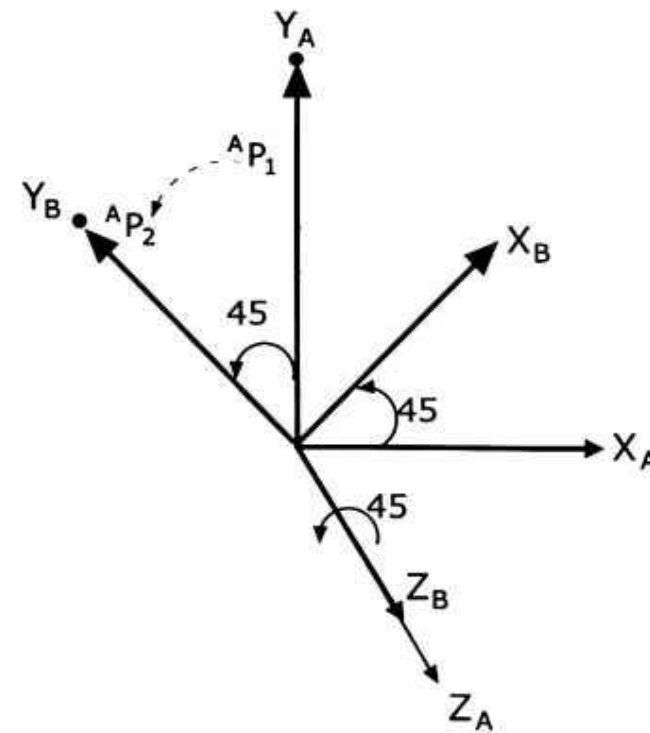
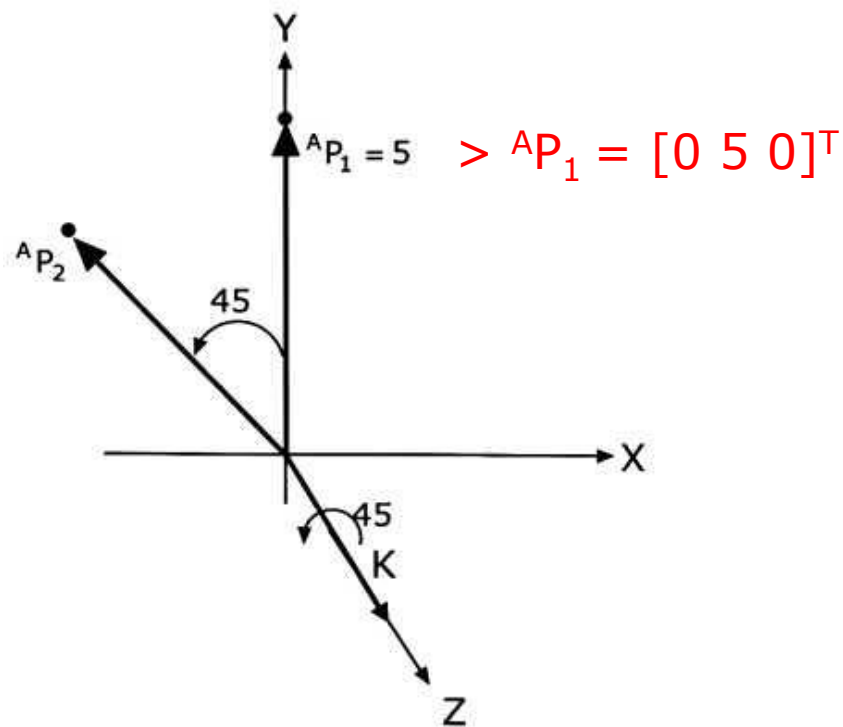
$${}^A P = \begin{bmatrix} 12.562 \\ 0 \\ 9.098 \end{bmatrix}$$

$$\textcircled{1+2} \quad {}^A_B T = \begin{bmatrix} 0.866 & 0 & 0.5 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -0.5 & 0 & 0.866 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\boxed{{}^A P = {}^A_B T {}^B P} = \begin{bmatrix} 0.866 & 0 & 0.5 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -0.5 & 0 & 0.866 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7.0 \\ 0 \\ 3.0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12.562 \\ 0 \\ 9.098 \\ 1 \end{bmatrix}$$

**ÖRNEK 5)**

- Şekildeki 5 birim uzunluğunda olan ${}^A P_1$ vektörü görüldüğü gibi Z eksenine yerleştirilen bir K vektörüyle 45 derece döndürülerek ${}^A P_2$ vektörü elde ediliyor. ${}^A P_2$ vektörünün konumunu bulunuz.

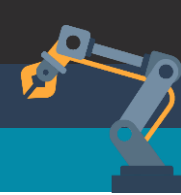


$$R_K(\theta) = \begin{bmatrix} \cos 45 & \cos 135 & \cos 90 \\ \cos 45 & \cos 45 & \cos 90 \\ \cos 90 & \cos 90 & \cos 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.707 & -0.707 & 0 \\ 0.707 & 0.7071 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^A P_2 = \begin{bmatrix} 0.707 & -0.707 & 0 \\ 0.707 & 0.7071 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3.53 \\ 3.53 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$${}^A P_2 = R_Z(\theta) {}^A P_1$$

$${}^A P_2 = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3.53 \\ 3.53 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

**ÖRNEK 6)**

- Aşağıda verilen A_B^T matrisinin tersini bulunuz.

$$A_B^T = \begin{bmatrix} 0.978 & 0 & 0.207 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ -0.207 & 0 & 0.978 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ÇÖZÜM 6)

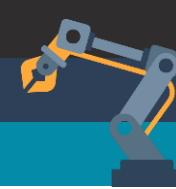
$$A_B^{T-1} = \begin{bmatrix} A_{BR}^T & -A_{BR}^T A_{P_{BORG}} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_{BR} = \begin{bmatrix} 0.978 & 0 & 0.207 \\ 0 & 1 & 0 \\ -0.207 & 0 & 0.978 \end{bmatrix}$$

$$-A_{BR}^T A_{P_{BORG}} = - \begin{bmatrix} 0.978 & 0 & -0.207 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0.207 & 0 & 0.978 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2.727 \\ 2 \\ -1.599 \end{bmatrix}$$

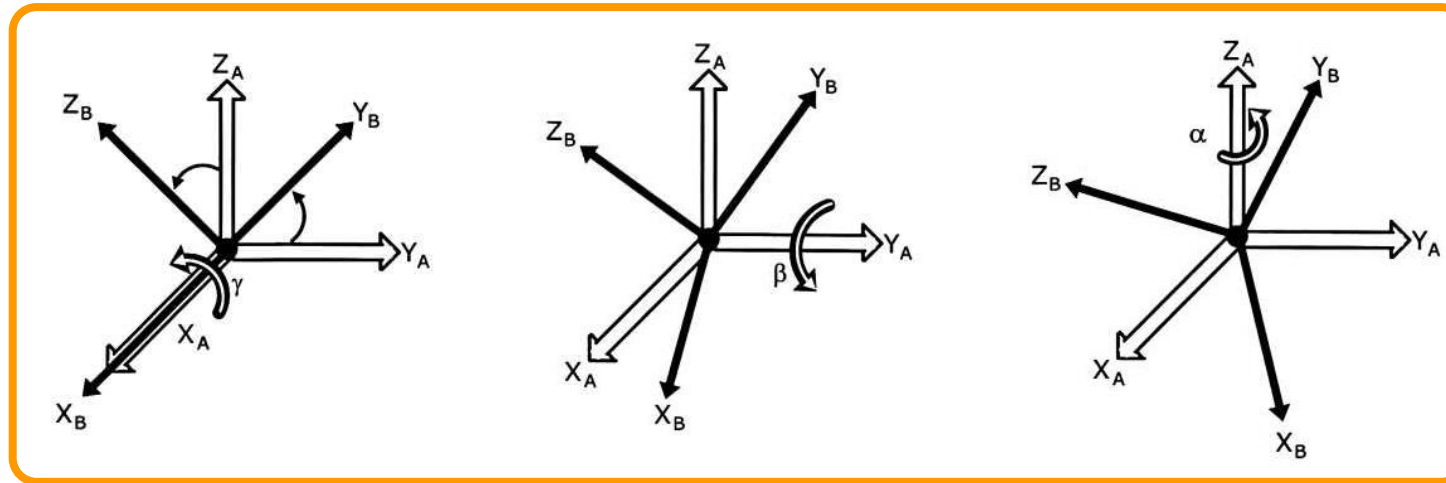
$$A_{BR}^T = \begin{bmatrix} 0.978 & 0 & -0.207 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0.207 & 0 & 0.978 \end{bmatrix}$$

$$A_B^{T-1} = \begin{bmatrix} 0.978 & 0 & -0.207 & -2.727 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0.207 & 0 & 0.978 & -1.599 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

**ÖRNEK 7)**

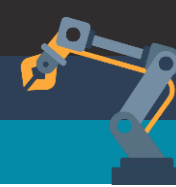
- Aşağıda verilen dönme matrisleri yardımıyla, **Roll-Pitch-Yaw (XYZ Sabit) açı seti** için dönmeleri (rotasyonları) eksenlerde gösteriniz ve dönme matrisi **$R_{XYZ}(\gamma, \beta, \alpha)$** 'yı elde ediniz.

$$R_Z(\alpha) = \begin{bmatrix} c\alpha & -s\alpha & 0 \\ s\alpha & c\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad R_Y(\beta) = \begin{bmatrix} c\beta & 0 & s\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\beta & 0 & c\beta \end{bmatrix} \quad R_X(\gamma) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\gamma & -s\gamma \\ 0 & s\gamma & c\gamma \end{bmatrix}$$

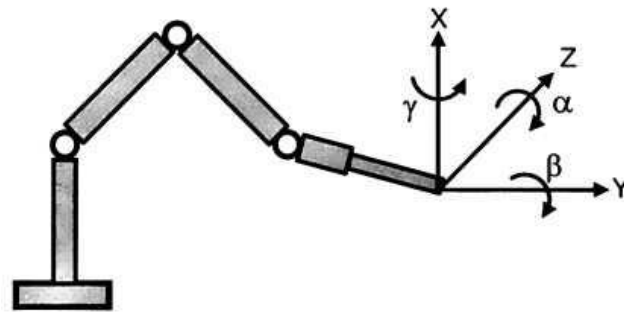
ÇÖZÜM 7)

$$R_{XYZ}(\gamma, \beta, \alpha) = R_Z(\alpha) R_Y(\beta) R_X(\gamma) = \begin{bmatrix} c\alpha & -s\alpha & 0 \\ s\alpha & c\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\beta & 0 & s\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\beta & 0 & c\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\gamma & -s\gamma \\ 0 & s\gamma & c\gamma \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\alpha c\beta & c\alpha s\beta s\gamma - s\alpha c\gamma & c\alpha s\beta c\gamma + s\alpha s\gamma \\ s\alpha c\beta & s\alpha s\beta s\gamma + c\alpha c\gamma & s\alpha s\beta c\gamma - c\alpha s\gamma \\ -s\beta & c\beta s\gamma & c\beta c\gamma \end{bmatrix}$$

**ÖRNEK 8)**

- Şekildeki robotun uç işlevcisi sabit koordinat sisteminin **X eksen** boyunca $\gamma = 42^\circ$, **Y eksen** boyunca $\beta = -17^\circ$ ve **Z eksen** boyunca $\alpha = 25^\circ$ döndürülerek aşağıdaki dönme matrisi elde ediliyor.



$$R_{XYZ}(\gamma, \beta, \alpha) = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}$$

- Yukarıdaki R dönme matrisinin elemanlarını bulunuz.

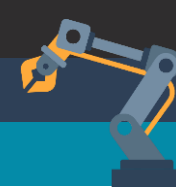
ÇÖZÜM 8)

$$R_{XYZ}(42, -17, 25) = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}$$

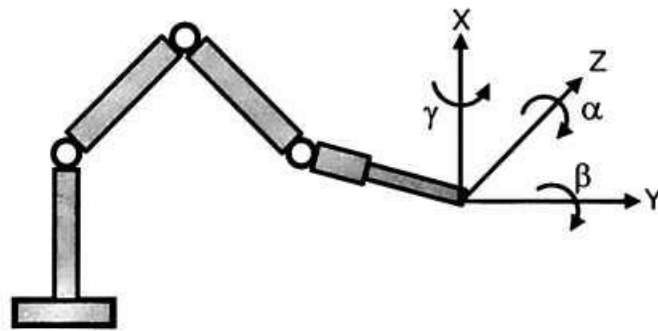
$$= \begin{bmatrix} c(25)c(-17) & c(25)s(-17)s(42) - s(25)c(42) & . \\ s(25)c(-17) & s(25)s(-17)s(42) + c(25)c(42) & . \\ -s(-17) & c(-17)s(42) & . \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} . & . & c(25)s(-17)c(42) + s(25)s(42) \\ . & . & s(25)s(-17)c(42) - c(25)s(42) \\ . & . & c(-17)c(42) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.8667 & -0.4914 & 0.0858 \\ 0.4041 & 0.5909 & -0.6982 \\ -0.29237 & 0.6399 & 0.7107 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} {}^A_B R_{XYZ}(\gamma, \beta, \alpha) &= \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} c\alpha c\beta & c\alpha s\beta s\gamma - s\alpha c\gamma & c\alpha s\beta c\gamma + s\alpha s\gamma \\ s\alpha c\beta & s\alpha s\beta s\gamma + c\alpha c\gamma & s\alpha s\beta c\gamma - c\alpha s\gamma \\ -s\beta & c\beta s\gamma & c\beta c\gamma \end{bmatrix} \end{aligned}$$

**ÖRNEK 9)**

- Şekildeki robotun uç işlevcisine hareketli bir koordinat sistemi yerleştiriliyor. Öncelikle bu hareketli koordinat sistemi **Z eksenini boyunca** α açısıyla döndürülür. Dönme sonucu oluşan **yeni koordinat sistemi** Y eksenini boyunca β açısıyla döndürülür. Son olarak, dönme sonucu oluşan yeni koordinat sistemi tekrar **X eksenini boyunca** γ açısıyla döndürülüyor. Dönme matrisi **$R_{Z'Y'X'}(\alpha, \beta, \gamma)$** 'yı elde ediniz.



$$R_Z(\alpha) = \begin{bmatrix} c\alpha & -s\alpha & 0 \\ s\alpha & c\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad R_Y(\beta) = \begin{bmatrix} c\beta & 0 & s\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\beta & 0 & c\beta \end{bmatrix} \quad R_X(\gamma) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\gamma & -s\gamma \\ 0 & s\gamma & c\gamma \end{bmatrix}$$

ÇÖZÜM 9)

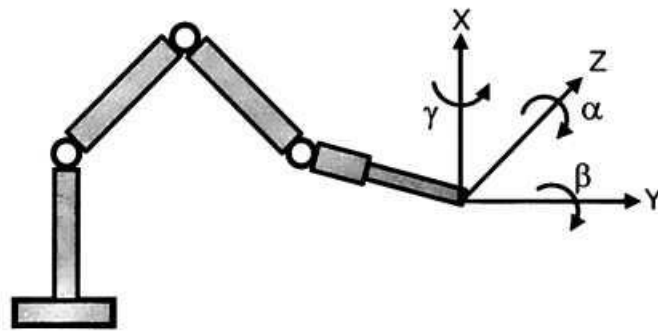
$${}^A_B R_{Z'Y'X'}(\alpha, \beta, \gamma) = R_Z(\alpha) R_Y(\beta) R_X(\gamma)$$

$$= \begin{bmatrix} c\alpha & -s\alpha & 0 \\ s\alpha & c\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\beta & 0 & s\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\beta & 0 & c\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\gamma & -s\gamma \\ 0 & s\gamma & c\gamma \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} c\alpha c\beta & c\alpha s\beta s\gamma - s\alpha c\gamma & c\alpha s\beta c\gamma + s\alpha s\gamma \\ s\alpha c\beta & s\alpha s\beta s\gamma + c\alpha c\gamma & s\alpha s\beta c\gamma - c\alpha s\gamma \\ -s\beta & c\beta s\gamma & c\beta c\gamma \end{bmatrix}$$

**ÖRNEK 10)**

- Şekildeki robotun uç işlevcisine hareketli bir koordinat sistemi yerleştiriliyor. Öncelikle bu hareketli koordinat sistemi **Z eksenini boyunca α** açısıyla döndürülür. Dönme sonucu oluşan **yeni koordinat sistemi** Y eksenini boyunca β açısıyla döndürülür. Son olarak, dönme sonucu oluşan yeni koordinat sistemi tekrar **Z eksenini boyunca γ** açısıyla döndürülüyor. Dönme matrisi **$R_{Z'Y'Z'}(\alpha, \beta, \gamma)$** 'yı elde ediniz.



$$R_Z(\alpha) = \begin{bmatrix} c\alpha & -s\alpha & 0 \\ s\alpha & c\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad R_Y(\beta) = \begin{bmatrix} c\beta & 0 & s\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\beta & 0 & c\beta \end{bmatrix} \quad R_Z(\gamma) = \begin{bmatrix} c\gamma & -s\gamma & 0 \\ s\gamma & c\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ÇÖZÜM 10)

$${}^A_B R_{Z'Y'Z'}(\alpha, \beta, \gamma) = R_Z(\alpha) R_Y(\beta) R_Z(\gamma)$$

$$= \begin{bmatrix} c\alpha & -s\alpha & 0 \\ s\alpha & c\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\beta & 0 & s\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\beta & 0 & c\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\gamma & -s\gamma & 0 \\ s\gamma & c\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} c\alpha c\beta c\gamma - s\alpha s\gamma & -c\alpha c\beta s\gamma - s\alpha c\gamma & c\alpha s\beta \\ s\alpha c\beta c\gamma + c\alpha s\gamma & -s\alpha c\beta s\gamma + c\alpha c\gamma & s\alpha s\beta \\ -s\beta c\gamma & s\beta s\gamma & c\beta \end{bmatrix}$$

**ÖRNEK 11)**

- {A} ve {B} koordinat sistemleri arasındaki ${}^A_B T$ dönüşüm matrisi, ${}^B V$ ve ${}^B P$ vektörleri sırasıyla aşağıdaki gibi veriliyor. Buna göre ${}^A V$ vektörünü bulunuz.

$${}^A_B T = \begin{bmatrix} 0.866 & -0.5 & 0 & 11 \\ 0.5 & 0.866 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^B V = \begin{bmatrix} 5 \\ 8 \\ 10 \end{bmatrix}$$

ÇÖZÜM 11)

$${}^A V = {}^A_B R {}^B V$$

$$= \begin{bmatrix} 0.866 & -0.5 & 0 \\ 0.5 & 0.866 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 8 \\ 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.33 \\ 4.428 \\ 10 \end{bmatrix}$$



2. Eklemlere Koordinat Sistemi Yerleştirilmesi

1. Öncelikle eklem eksenlerinin dönme veya kayma yönleri belirlenir ve bu eksene paralel bir doğru çizilir.
2. Bu işlem gerçekleştirilirken eklem eksenleri, döner eksenler için dönme yönü Z, prizmatik eklemler için kayma yönü Z ekseni olarak belirlenir.
3. Z eksenine dik ve kol boyunca olan bağ uzunluğu X ekseni olarak kabul edilir.
4. Z ve X eksenleri belirlendikten sonra sağ el kuralına göre Y ekseni bulunur.

Not 1: Bir sonraki eksen takımına geçerken Z ekseninin yönü değişiyorsa, koordinat sistemi X etrafında döndürülür. Döndürme işlemi hiçbir zaman Y etrafında yapılmaz.

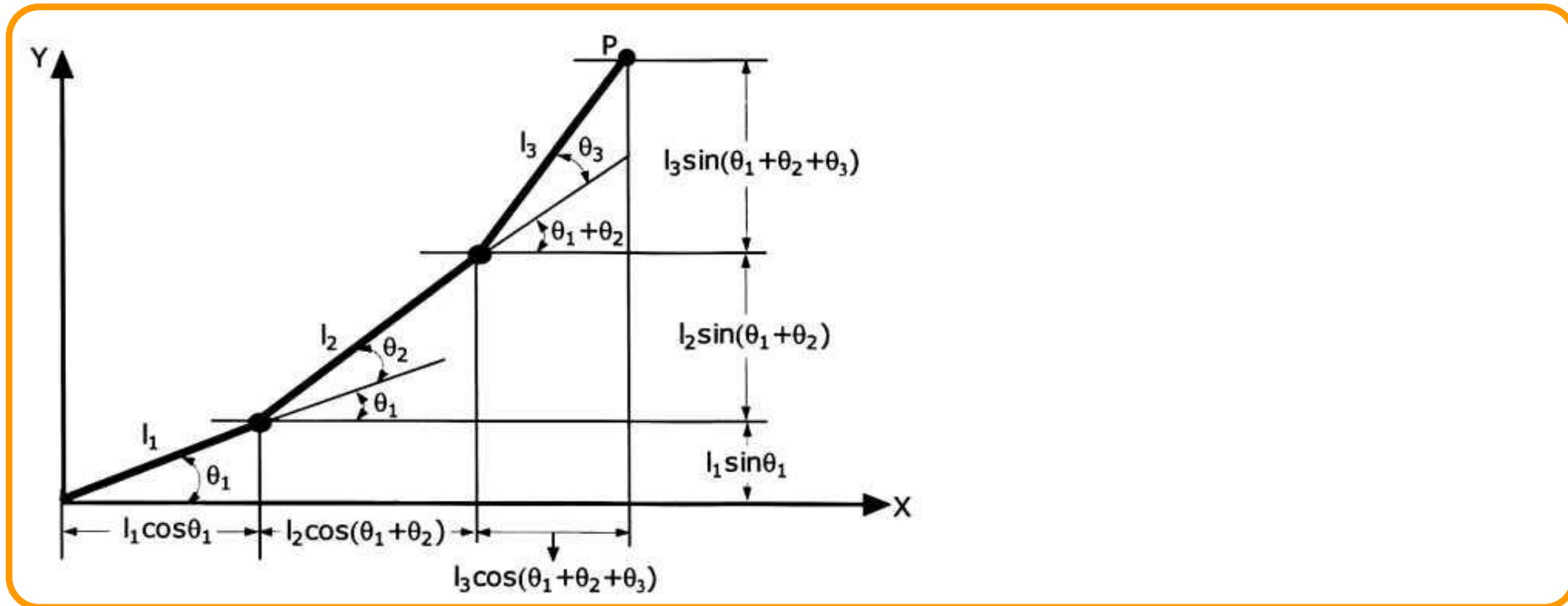
Not 2: Koordinat sistemi, X eksen etrafında döndürerek, Z eksen bir sonraki mafsallın dönme eksenine yerleştirilemiyorsa, koordinat sistemi önce Z etrafında 90° döndürülüp işlemler öyle takip edilir. Yalnız bu döndürme işlemi muhakkak D-H tablosuna yansıtılmalıdır.

Not 3: Eksen takımı ileri doğru dönme yapan eklemin son noktasına ve kayar uzvun son noktasına yerleştirilir.



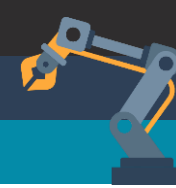
1. Geometrik Yaklaşım

Üç eklemlili düzlemsel (planar) basit bir robotun ileri yön kinematiği ($\theta_i \gg p_x$ ve p_y)



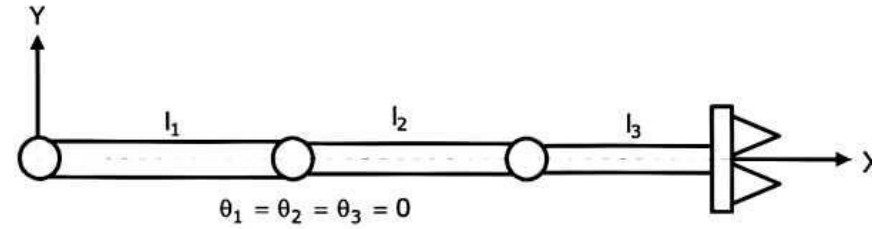
$$p_x = l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) + l_3 \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)$$

$$p_y = l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + l_3 \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)$$

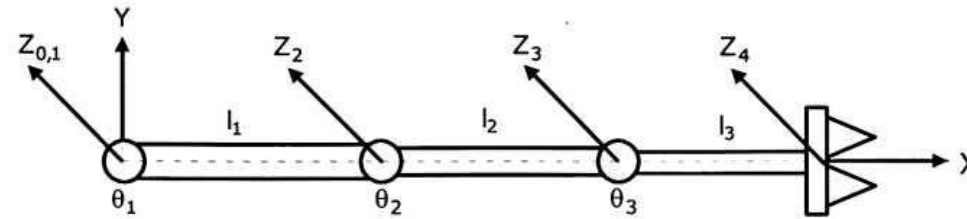


2. D-H Yöntemi (Matematiksel Yaklaşım)

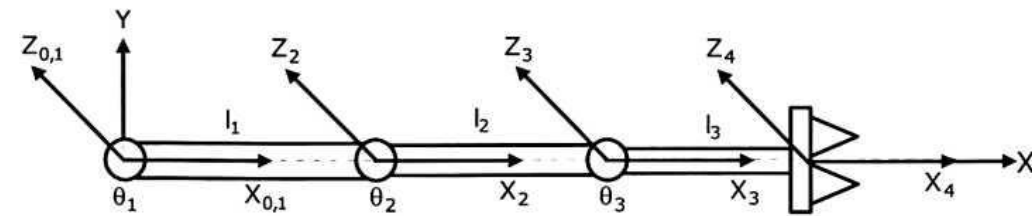
Sıfır konumda bulunan
üç eklemlili RRR düzlemsel robotu.



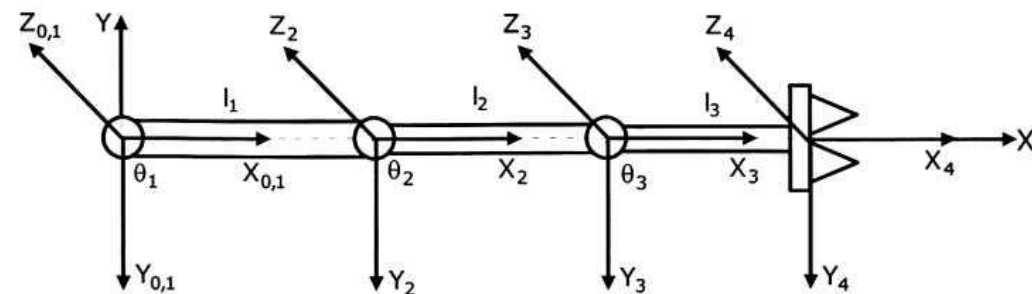
Eklemlerin dönme yönüne
 Z_i eksenlerinin yerleştirilmesi.

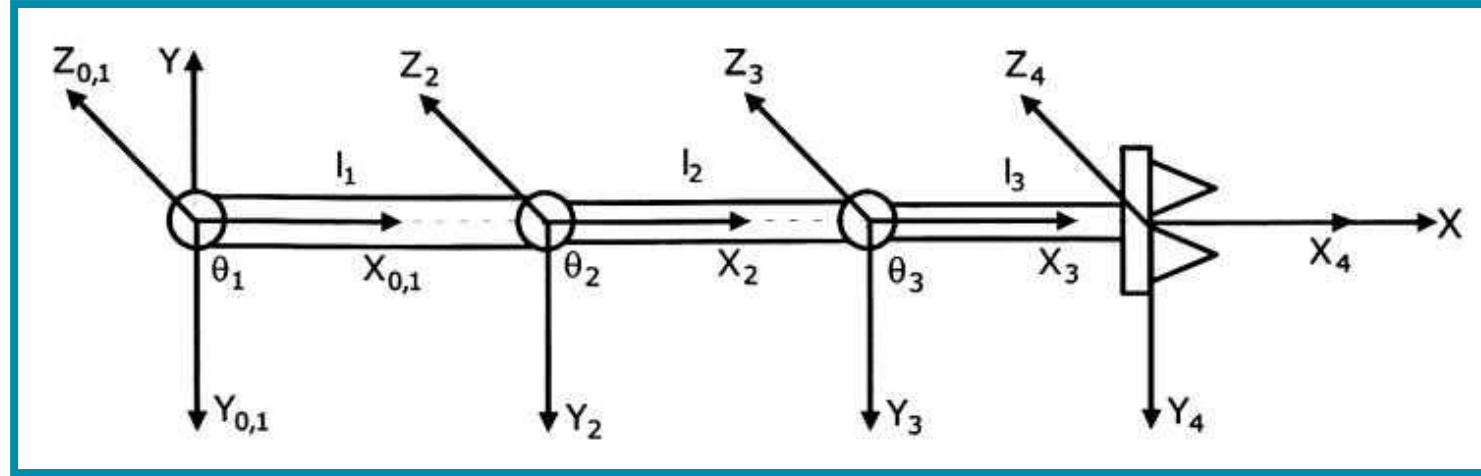
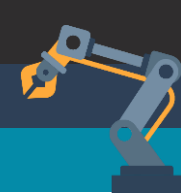


Eklemlere kol boyunca olmak üzere
X ekseninin yerleştirilmesi.



Eklemlere XYZ koordinat
sistemlerinin yerleştirilmesi.





1. a_{i-1} , $\hat{Z}_{i-1}$ ile $\hat{Z}_i$ arasında $\hat{X}_{i-1}$ boyunca belirlenen uzunluktur.
2. α_{i-1} , $\hat{Z}_{i-1}$ ile $\hat{Z}_i$ arasında $\hat{X}_{i-1}$ boyunca ölçülen açıdır.
3. d_i , $\hat{X}_{i-1}$ ile $\hat{X}_i$ arasında $\hat{Z}_i$ boyunca belirlenen uzunluktur.
4. θ_i , $\hat{X}_{i-1}$ ile $\hat{X}_i$ arasında $\hat{Z}_i$ boyunca ölçülen açıdır.

D-H Tablosu:

i	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i	Değişken
1	0	0	0	θ_1	θ_1
2	0	l_1	0	θ_2	θ_2
3	0	l_2	0	θ_3	θ_3
4	0	l_3	0	0	0



$${}^{i-1}_i T = \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i & 0 & a_{i-1} \\ s\theta_i c\alpha_{i-1} & c\theta_i c\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1}d_i \\ s\theta_i s\alpha_{i-1} & c\theta_i s\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1}d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

i	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i	Değişken
1	0	0	0	θ_1	θ_1
2	0	l_1	0	θ_2	θ_2
3	0	l_2	0	θ_3	θ_3
4	0	l_3	0	0	0

1. Eklem için (i=1)

$$\begin{aligned} {}^0_1 T &= \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & a_{1-1} \\ s\theta_1 c\alpha_{1-1} & c\theta_1 c\alpha_{1-1} & -s\alpha_{1-1} & -s\alpha_{1-1}d_1 \\ s\theta_1 s\alpha_{1-1} & c\theta_1 s\alpha_{1-1} & c\alpha_{1-1} & c\alpha_{1-1}d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & a_0 \\ s\theta_1 c\alpha_0 & c\theta_1 c\alpha_0 & -s\alpha_0 & -s\alpha_0 \cdot 0 \\ s\theta_1 s\alpha_0 & c\theta_1 s\alpha_0 & c\alpha_0 & c\alpha_0 \cdot 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & 0 \\ s\theta_1 c(0) & c\theta_1 c(0) & -s(0) & 0 \\ s\theta_1 s(0) & c\theta_1 s(0) & c(0) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & 0 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

2. Eklem için (i=2 için)

$$\begin{aligned} {}^1_2 T &= \begin{bmatrix} c\theta_2 & -s\theta_2 & 0 & a_{2-1} \\ s\theta_2 c\alpha_{2-1} & c\theta_2 c\alpha_{2-1} & -s\alpha_{2-1} & -s\alpha_{2-1}d_2 \\ s\theta_2 s\alpha_{2-1} & c\theta_2 s\alpha_{2-1} & c\alpha_{2-1} & c\alpha_{2-1}d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} c\theta_2 & -s\theta_2 & 0 & a_1 \\ s\theta_2 c\alpha_1 & c\theta_2 c\alpha_1 & -s\alpha_1 & 0 \\ s\theta_2 s\alpha_1 & c\theta_2 s\alpha_1 & c\alpha_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} c\theta_2 & -s\theta_2 & 0 & l_1 \\ s\theta_2 c(0) & c\theta_2 c(0) & -s(0) & 0 \\ s\theta_2 s(0) & c\theta_2 s(0) & c(0) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} c\theta_2 & -s\theta_2 & 0 & l_1 \\ s\theta_2 & c\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

3. Eklem için (i=3) için

$$\begin{aligned} {}^2_3 T &= \begin{bmatrix} c\theta_3 & -s\theta_3 & 0 & a_{3-1} \\ s\theta_3 c\alpha_{3-1} & c\theta_3 c\alpha_{3-1} & -s\alpha_{3-1} & -s\alpha_{3-1}d_3 \\ s\theta_3 s\alpha_{3-1} & c\theta_3 s\alpha_{3-1} & c\alpha_{3-1} & c\alpha_{3-1}d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} c\theta_3 & -s\theta_3 & 0 & l_2 \\ s\theta_3 c\alpha_2 & c\theta_3 c\alpha_2 & -s\alpha_2 & 0 \\ s\theta_3 s\alpha_2 & c\theta_3 s\alpha_2 & c\alpha_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} c\theta_3 & -s\theta_3 & 0 & l_2 \\ s\theta_3 c(0) & c\theta_3 c(0) & -s(0) & 0 \\ s\theta_3 s(0) & c\theta_3 s(0) & c(0) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} c\theta_3 & -s\theta_3 & 0 & l_2 \\ s\theta_3 & c\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Uç işlevcisi için (i=4) için

$$\begin{aligned} {}^3_4 T &= \begin{bmatrix} c\theta_4 & -s\theta_4 & 0 & a_{4-1} \\ s\theta_4 c\alpha_{4-1} & c\theta_4 c\alpha_{4-1} & -s\alpha_{4-1} & -s\alpha_{4-1}d_4 \\ s\theta_4 s\alpha_{4-1} & c\theta_4 s\alpha_{4-1} & c\alpha_{4-1} & c\alpha_{4-1}d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} c(0) & -s(0) & 0 & l_3 \\ s(0)c\alpha_3 & c(0)c\alpha_3 & -s\alpha_3 & 0 \\ s(0)s\alpha_3 & c(0)s\alpha_3 & c\alpha_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_3 \\ 0 \cdot c(0) & 1 \cdot c(0) & -s(0) & 0 \\ 0 \cdot s(0) & 1 \cdot s(0) & c(0) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$



$${}^0_4T = {}^0_1T {}^1_2T {}^2_3T {}^3_4T$$

$$= \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & 0 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\theta_2 & -s\theta_2 & 0 & l_1 \\ s\theta_2 & c\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} c\theta_3 & -s\theta_3 & 0 & l_2 \\ s\theta_3 & c\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

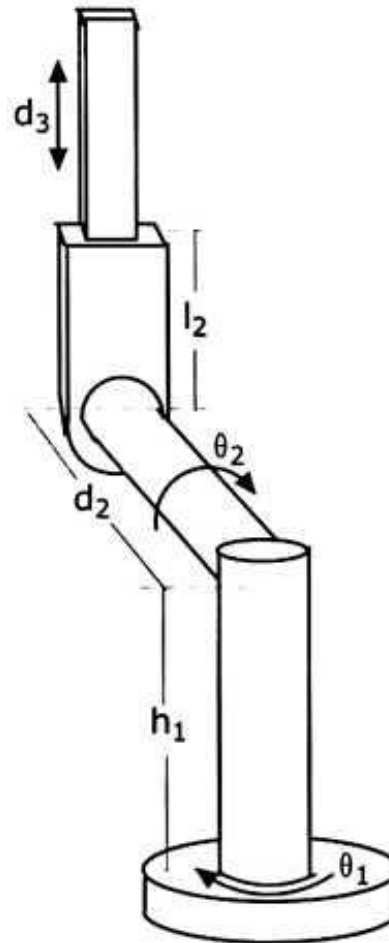
$${}^0_4T = \begin{bmatrix} c\theta_{12}c\theta_3 - s\theta_{12}s\theta_3 & -s\theta_{12}c\theta_3 + c\theta_{12}s\theta_3 & 0 & l_3(c\theta_{12}c\theta_3 - s\theta_{12}s\theta_3) + l_2c\theta_{12} + l_1c\theta_1 \\ s\theta_{12}c\theta_3 + c\theta_{12}s\theta_3 & c\theta_{12}c\theta_3 - s\theta_{12}s\theta_3 & 0 & l_3(s\theta_{12}c\theta_3 + c\theta_{12}s\theta_3) + l_2s\theta_{12} + l_1s\theta_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$p_x = l_3c(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) + l_2c(\theta_1 + \theta_2) + l_1c\theta_1$$

$$p_y = l_3s(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) + l_2s(\theta_1 + \theta_2) + l_1s\theta_1$$

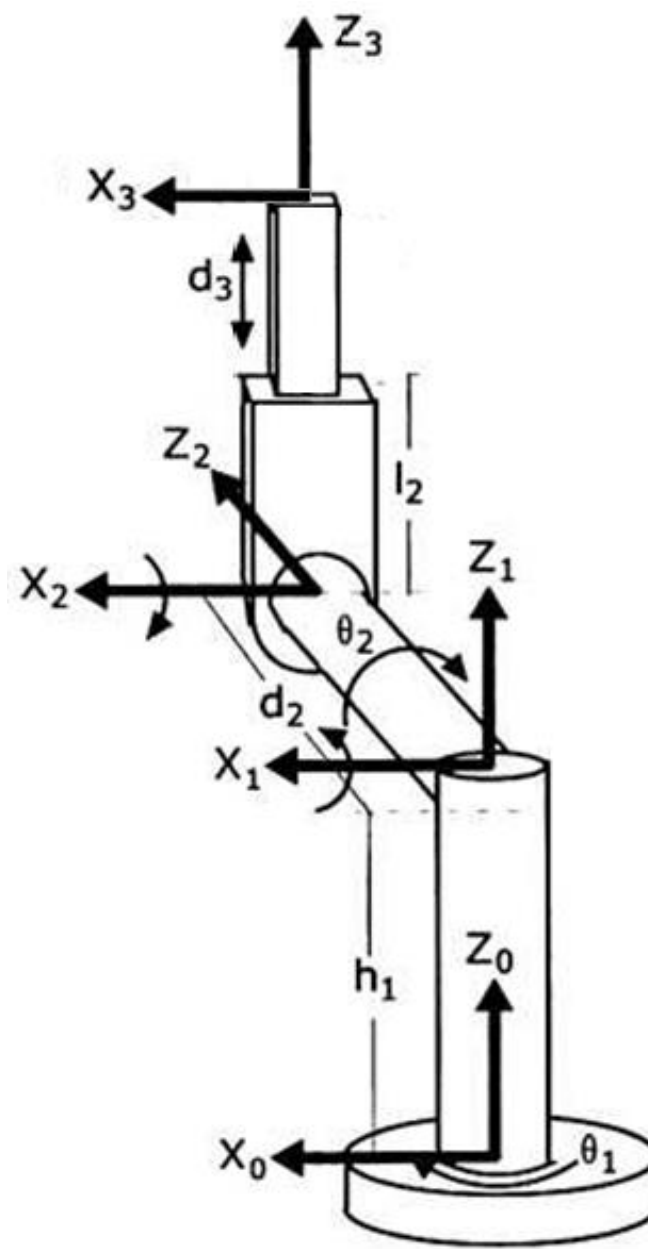
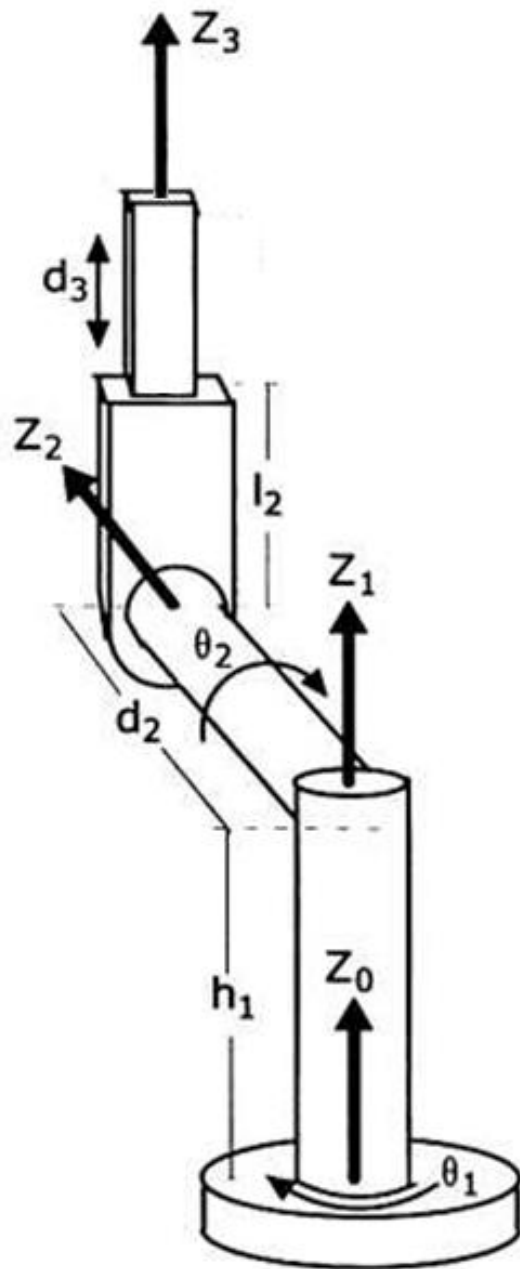
**ÖRNEK 12)**

- Şekilde bir **RRP** (dönel 'R', dönel 'R', prizmatik 'P') robotunun katı gövde yapısı veriliyor. Buna göre,
 - Her bir ekleme koordinat sistemi yerleştiriniz.
 - D-H değişkenlerini bulunuz.
 - Her bir eklemin dönüşüm matrisini bulunuz.
 - Ana çerçeve ile uç işlevcisi arasındaki ileri kinematiği bulunuz.
 - Bu ileri kinematik denklemin doğru olup olmadığını araştırınız.





ÇÖZÜM 12)



D-H Tablosu:

i	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i	Değişken
1	0	0	h_1	θ_1	θ_1
2	90	0	d_2	θ_2	θ_2
3	-90	0	$l_2 + d_3$	0	d_3



ÇÖZÜM 12)

1. Eklem için (i=1),

$${}^0_1T = \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & a_0 \\ s\theta_1 c\alpha_0 & c\theta_1 c\alpha_0 & -s\alpha_0 & -s\alpha_0 \cdot h_1 \\ s\theta_1 s\alpha_0 & c\theta_1 s\alpha_0 & c\alpha_0 & c\alpha_0 \cdot h_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & 0 \\ s\theta_1 c(0) & c\theta_1 c(0) & -s(0) & 0 \\ s\theta_1 s(0) & c\theta_1 s(0) & c(0) & h_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & 0 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & h_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2. Eklem için (i=2),

$${}^1_2T = \begin{bmatrix} c\theta_2 & -s\theta_2 & 0 & a_1 \\ s\theta_2 c\alpha_1 & c\theta_2 c\alpha_1 & -s\alpha_1 & -s\alpha_1 d_2 \\ s\theta_2 s\alpha_1 & c\theta_2 s\alpha_1 & c\alpha_1 & -c\alpha_1 d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} c\theta_2 & -s\theta_2 & 0 & 0 \\ s\theta_2 c(90) & c\theta_2 c(90) & -s(90) & -s(90)d_2 \\ s\theta_2 s(90) & c\theta_2 s(90) & c(90) & c(90)d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} c\theta_2 & -s\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -d_2 \\ s\theta_2 & c\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3. Eklem için (i=3),

$${}^2_3T = \begin{bmatrix} c\theta_3 & -s\theta_3 & 0 & a_2 \\ s\theta_3 c\alpha_2 & c\theta_3 c\alpha_2 & -s\alpha_2 & -s\alpha_2(l_2 + d_3) \\ s\theta_3 s\alpha_2 & c\theta_3 s\alpha_2 & c\alpha_2 & c\alpha_2(l_2 + d_3) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} c(0) & -s(0) & 0 & 0 \\ s(0)c(-90) & c(0)c(-90) & -s(-90) & -s(-90)(l_2 + d_3) \\ s(0)s(-90) & c(0)s(-90) & c(-90) & c(-90)(l_2 + d_3) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & (l_2 + d_3) \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^0_3T = {}^0_1T {}^1_2T {}^2_3T$$

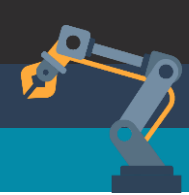
$$= \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & 0 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & h_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\theta_2 & -s\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -d_2 \\ s\theta_2 & c\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & (l_2 + d_3) \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} c\theta_1 c\theta_2 & -s\theta_1 & -c\theta_1 s\theta_2 & -(l_2 + d_3)(c\theta_1 s\theta_2) + d_2 s\theta_1 \\ s\theta_1 c\theta_2 & c\theta_1 & -s\theta_1 s\theta_2 & -(l_2 + d_3)(s\theta_1 s\theta_2) - d_2 c\theta_1 \\ s\theta_2 & 0 & c\theta_2 & (l_2 + d_3)c\theta_2 + h_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

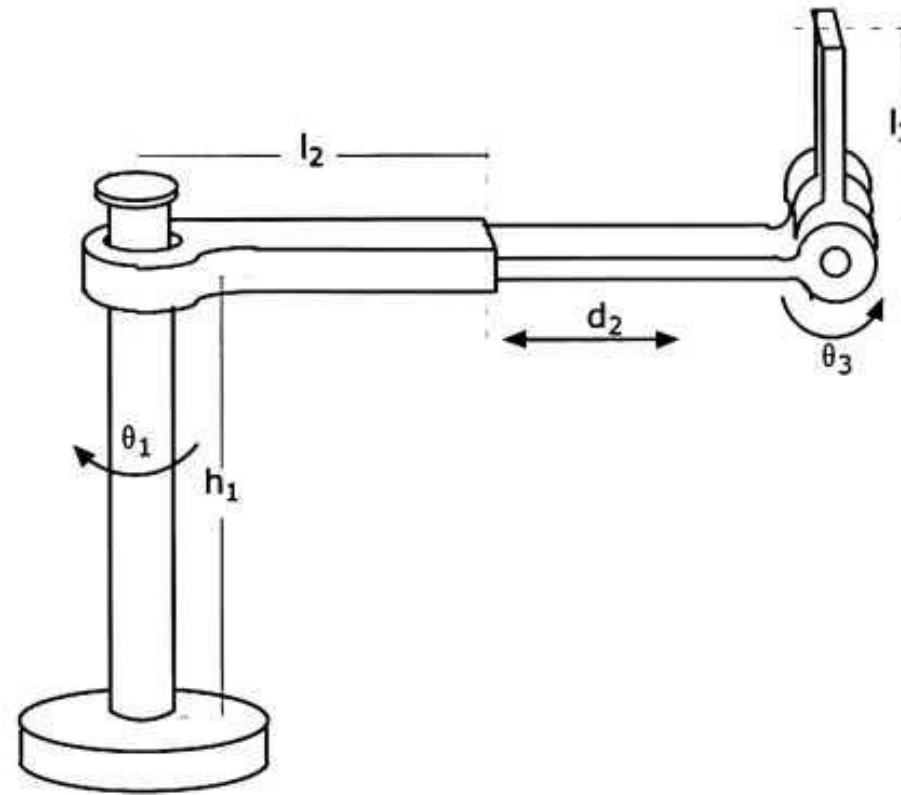
$$\begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(l_2 + d_3)(c\theta_1 s\theta_2) + d_2 s\theta_1 \\ -(l_2 + d_3)(s\theta_1 s\theta_2) - d_2 c\theta_1 \\ (l_2 + d_3)c\theta_2 + h_1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(l_2 + d_3)c(0)s(0) + d_2 s(0) \\ -(l_2 + d_3)s(0)s(0) - d_2 c(0) \\ (l_2 + d_3)c(0) + h_1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -d_2 \\ l_2 + d_3 + h_1 \end{bmatrix}$$

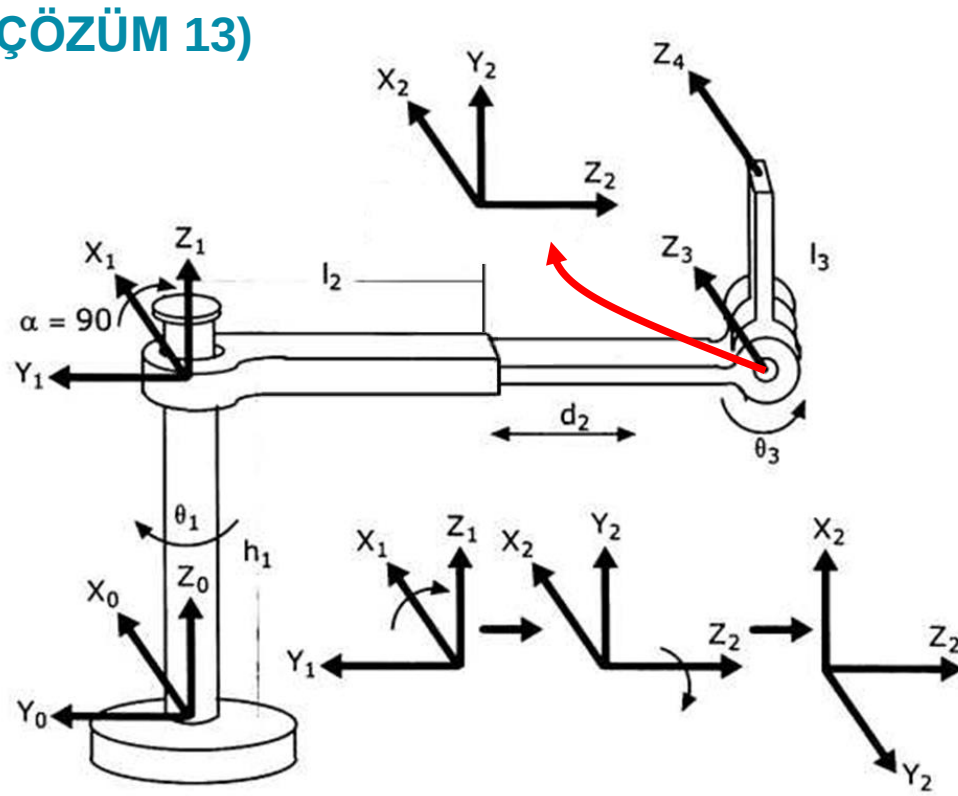
**ÖRNEK 13)**

- Şekilde bir **RPR** robotunun katı gövde yapısı veriliyor. Buna göre,
 - a) Her bir ekleme koordinat sistemi yerleştiriniz.
 - b) D-H değişkenlerini bulunuz.
 - c) Her bir eklemin dönüşüm matrisini bulunuz.
 - d) Ana çerçeve ile uç işlevcisi arasındaki ileri kinematiği bulunuz.

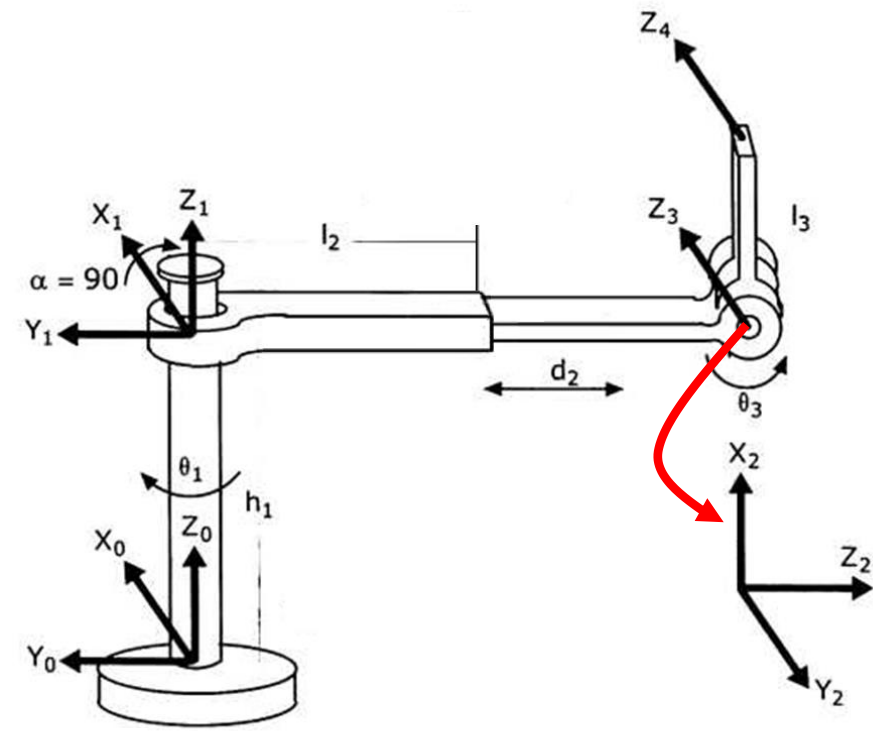




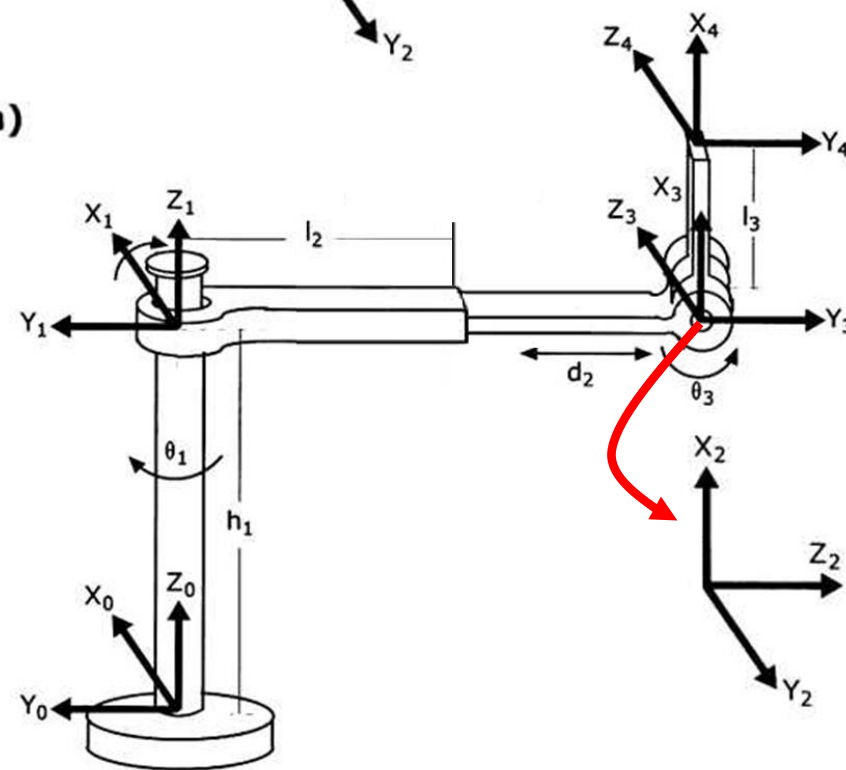
ÇÖZÜM 13)



(a)



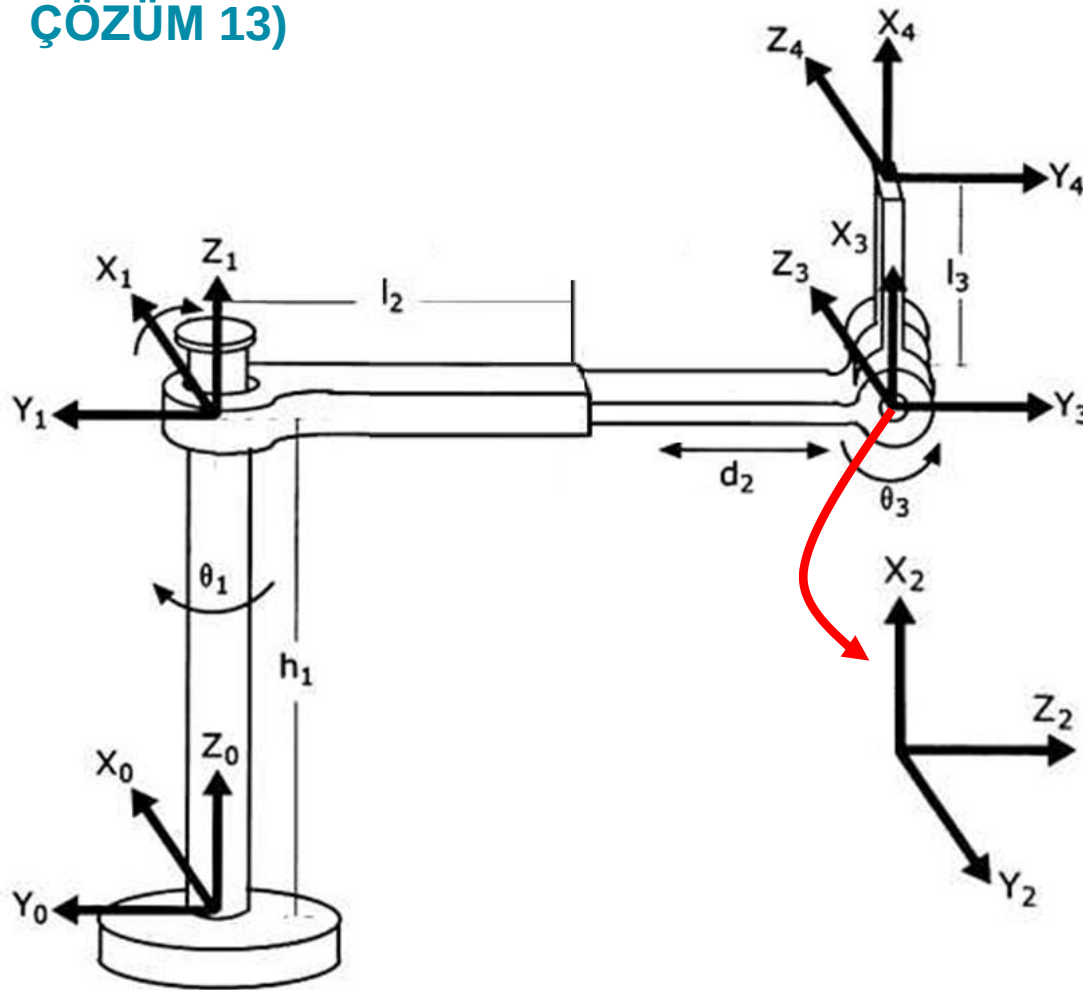
(b)



(c)



ÇÖZÜM 13)



D-H Tablosu:

i	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i	Değişken
1	0	0	h_1	θ_1	θ_1
2	90	0	$d_2 + l_2$	90	d_2
3	90	0	0	θ_3	θ_3
4	0	l_3	0	0	0

$${}^0_1T = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 & 0 & 0 \\ \sin \theta_1 & \cos \theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & h_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^1_2T = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -(l_2 + d_2) \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

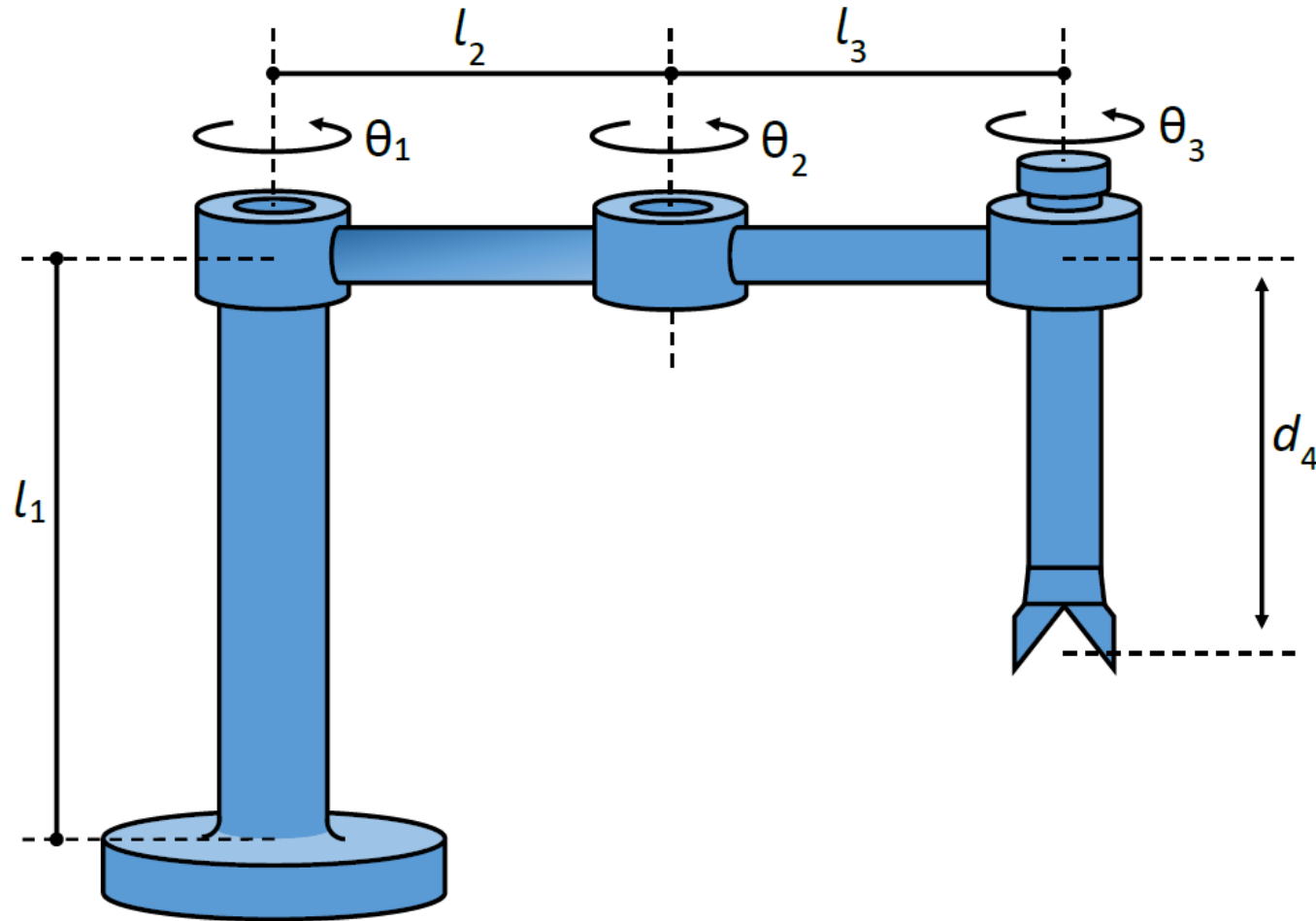
$${}^2_3T = \begin{bmatrix} \cos \theta_3 & -\sin \theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta_3 & -\cos \theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^3_4T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



$${}^0_4T = \begin{bmatrix} -s\theta_1 s\theta_3 & -s\theta_1 c\theta_3 & -c\theta_1 & -l_3(s\theta_1 s\theta_3) + (l_2 + d_2)s\theta_1 \\ c\theta_1 s\theta_3 & c\theta_1 c\theta_3 & -s\theta_1 & l_3(c\theta_1 s\theta_3) - (l_2 + d_2)c\theta_1 \\ c\theta_3 & -s\theta_3 & 0 & l_3 c\theta_3 + h_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

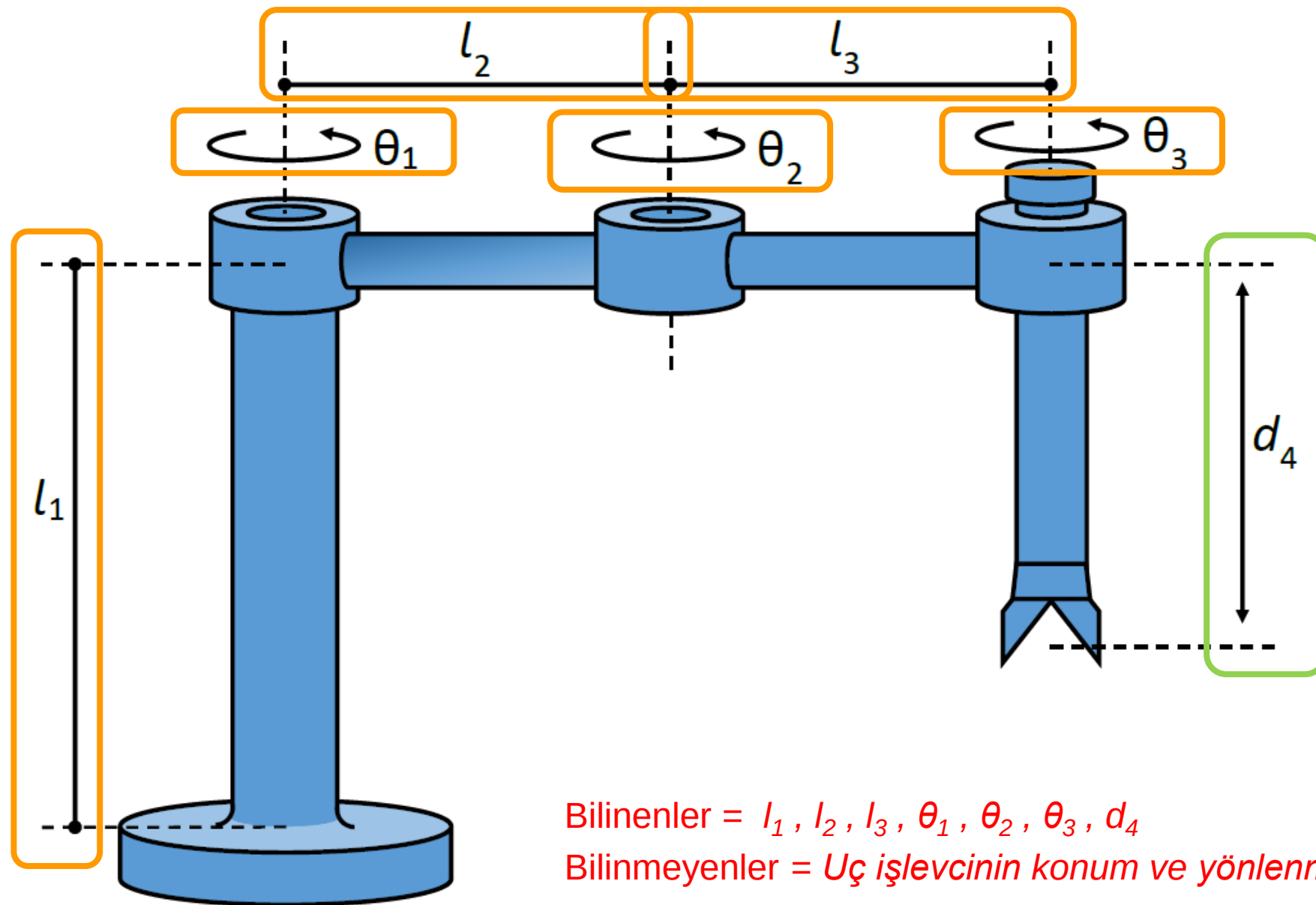
**ÖRNEK 14)**

- Şekilde verilen 4 serbestlikli robot manipülatörü için; her bir ekleme koordinat sistemi yerleştirerek (şekil üzerinde), D-H parametrelerini gösteren tabloyu hazırlayıp, her bir eksen takımının, bir öncekine göre homojen dönüşüm matrisini bulunuz. (D-H parametrelerinin genel dönüşüm matrisine yerleştirilmesi adımını matrisel olarak muhakkak gösteriniz.)





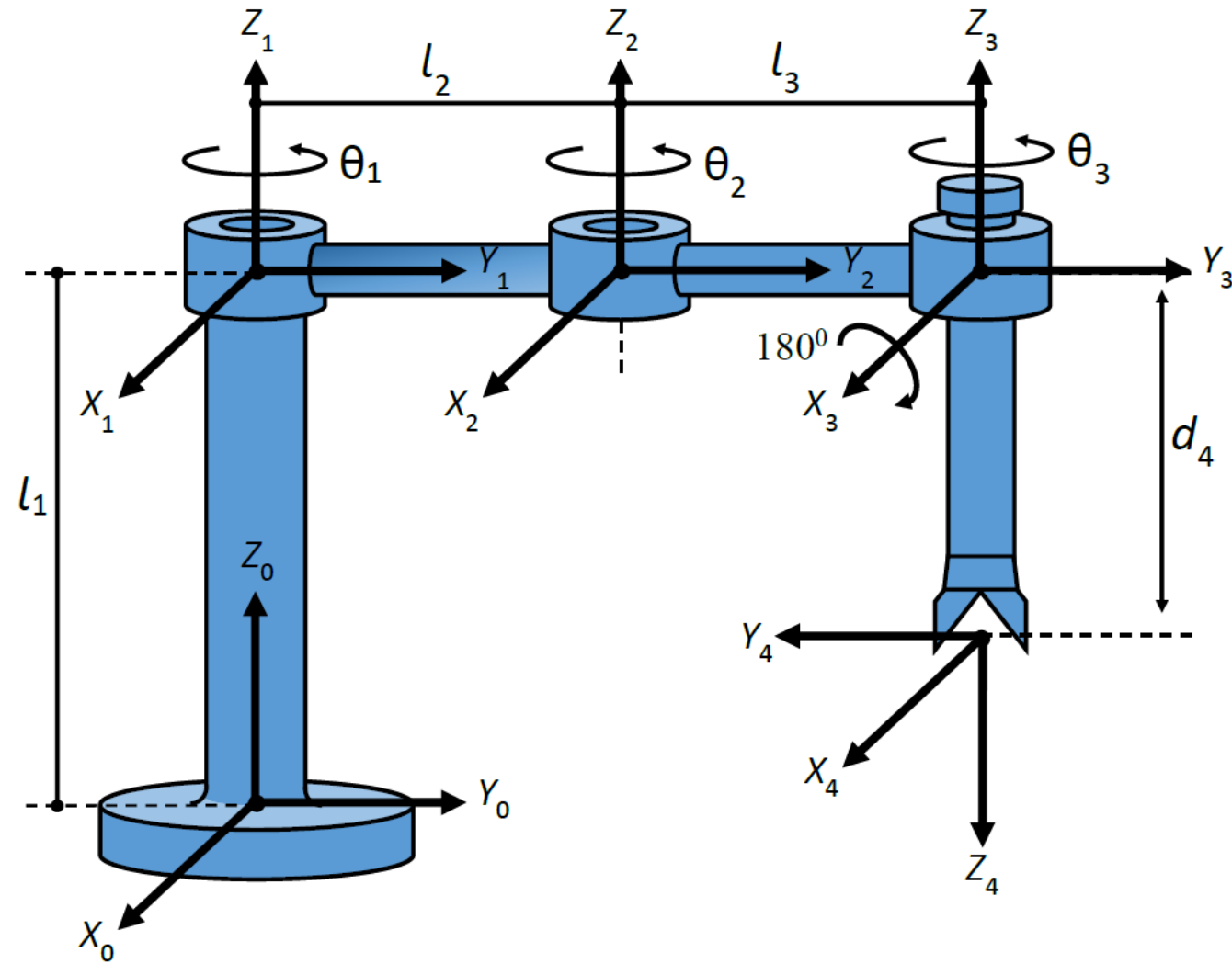
ÇÖZÜM 14)

Kinematik sabitler = l_1, l_2, l_3 Kinematik değişkenler = $\theta_1, \theta_2, \theta_3, d_4$ Bilinenler = $l_1, l_2, l_3, \theta_1, \theta_2, \theta_3, d_4$

Bilinmeyenler = Uç işlevcinin konum ve yönlenmesi



ÇÖZÜM 14)



i	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i	Değişken
1	0	0	l_1	θ_1	θ_1
2	0	l_2	0	θ_2	θ_2
3	0	l_3	0	θ_3	θ_3
4	-180	0	d_4	0	d_4



ÇÖZÜM 14)

i	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i	Değişken
1	0	0	l_1	θ_1	θ_1
2	0	l_2	0	θ_2	θ_2
3	0	l_3	0	θ_3	θ_3
4	180	0	d_4	0	d_4

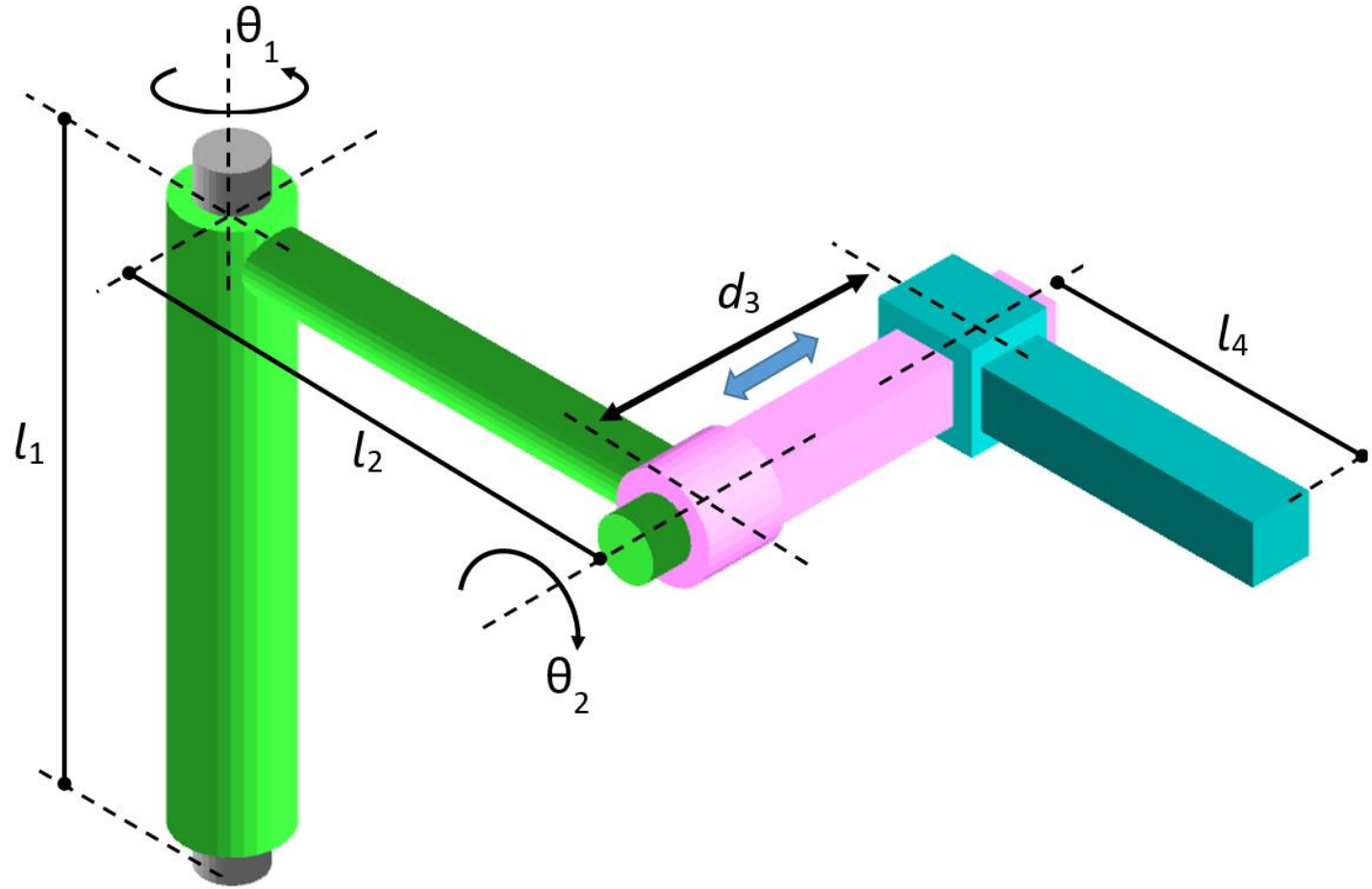
$${}^{i-1}_iT = \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i & 0 & a_{i-1} \\ s\theta_i c\alpha_{i-1} & c\theta_i c\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1}d_i \\ s\theta_i s\alpha_{i-1} & c\theta_i s\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1}d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^0_1T = \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & 0 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad {}^1_2T = \begin{bmatrix} c\theta_2 & -s\theta_2 & 0 & l_2 \\ s\theta_2 & c\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^2_3T = \begin{bmatrix} c\theta_3 & -s\theta_3 & 0 & l_3 \\ s\theta_3 & c\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad {}^3_4T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

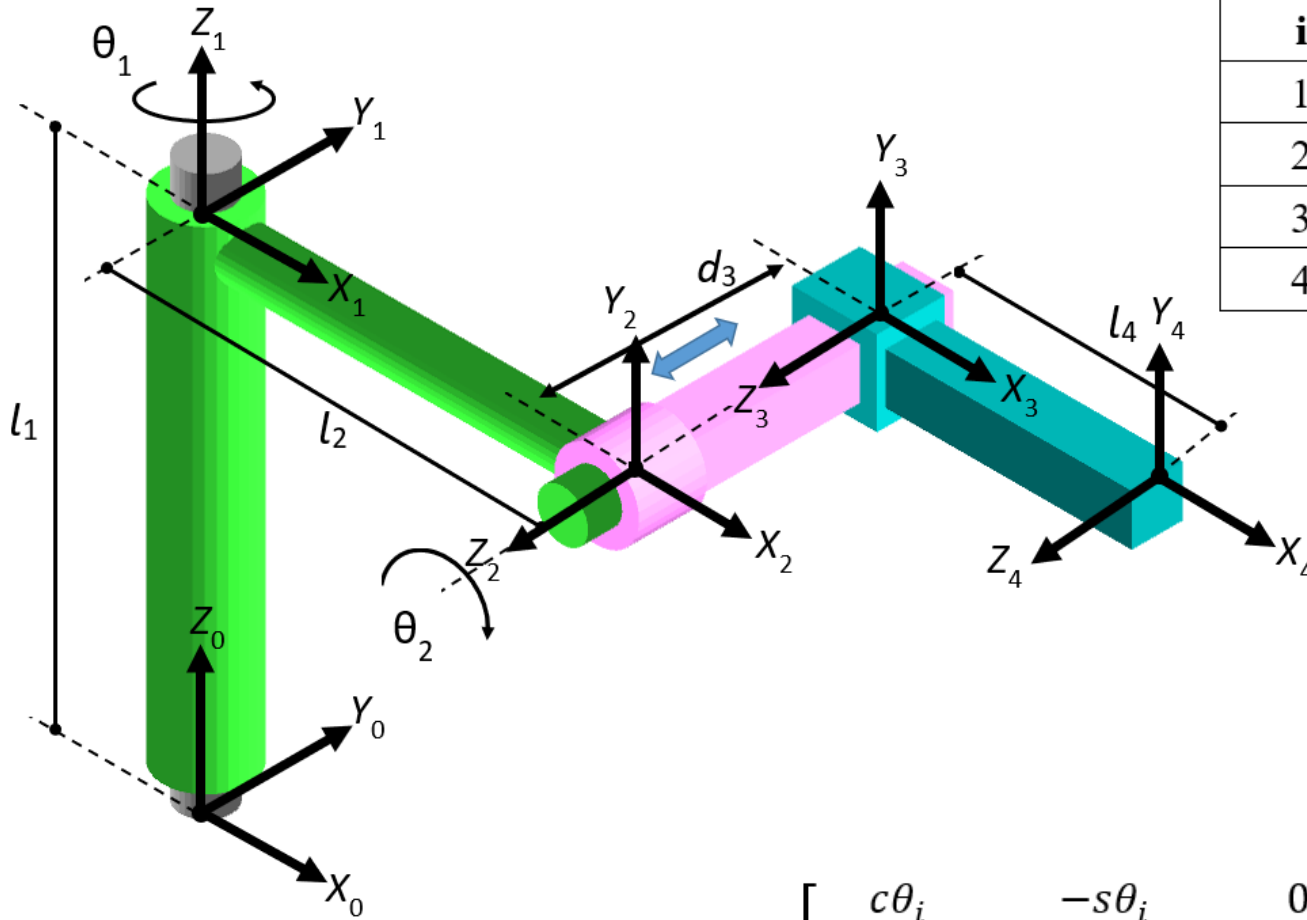
**ÖRNEK 15)**

- Şekilde verilen üç serbestlikli robot manipülatörünün en uç noktasının konumunu ve yönlenmesini bulabilmek için, koordinat sistemlerini yerleştirerek (şekil üzerinde), D-H parametrelerini gösteren tabloyu hazırlayıp, her bir koordinat sisteminin, bir öncekine göre homojen dönüşüm matrisini bulunuz.





ÇÖZÜM 15)

D-H Tablosu:

i	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i	Değişken
1	0	0	l_1	θ_1	θ_1
2	90	l_2	0	θ_2	θ_2
3	0	0	d_3	0	d_3
4	0	l_4	0	0	-

$${}^{i-1}_iT = \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i & 0 & a_{i-1} \\ s\theta_i c\alpha_{i-1} & c\theta_i c\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1}d_i \\ s\theta_i s\alpha_{i-1} & c\theta_i s\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1}d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^0_1T = \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & 0 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

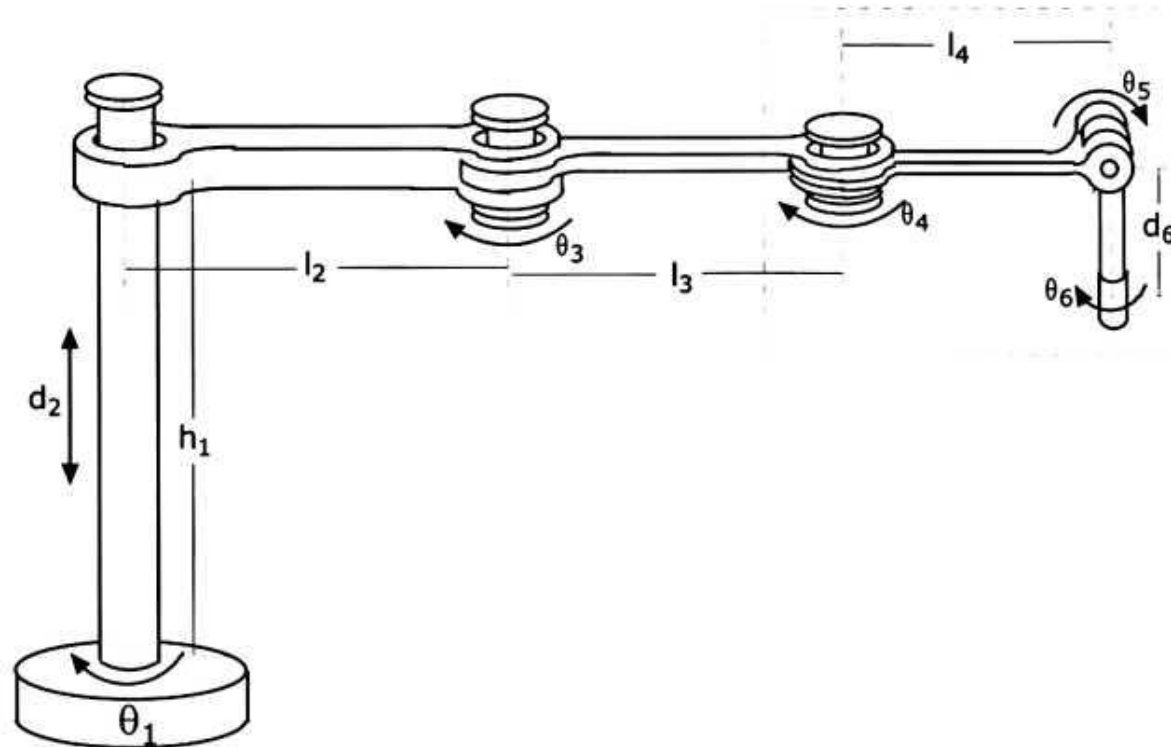
$${}^1_2T = \begin{bmatrix} c\theta_2 & -s\theta_2 & 0 & l_2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ s\theta_2 & c\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

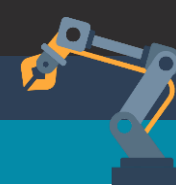
$${}^2_3T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^3_4T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

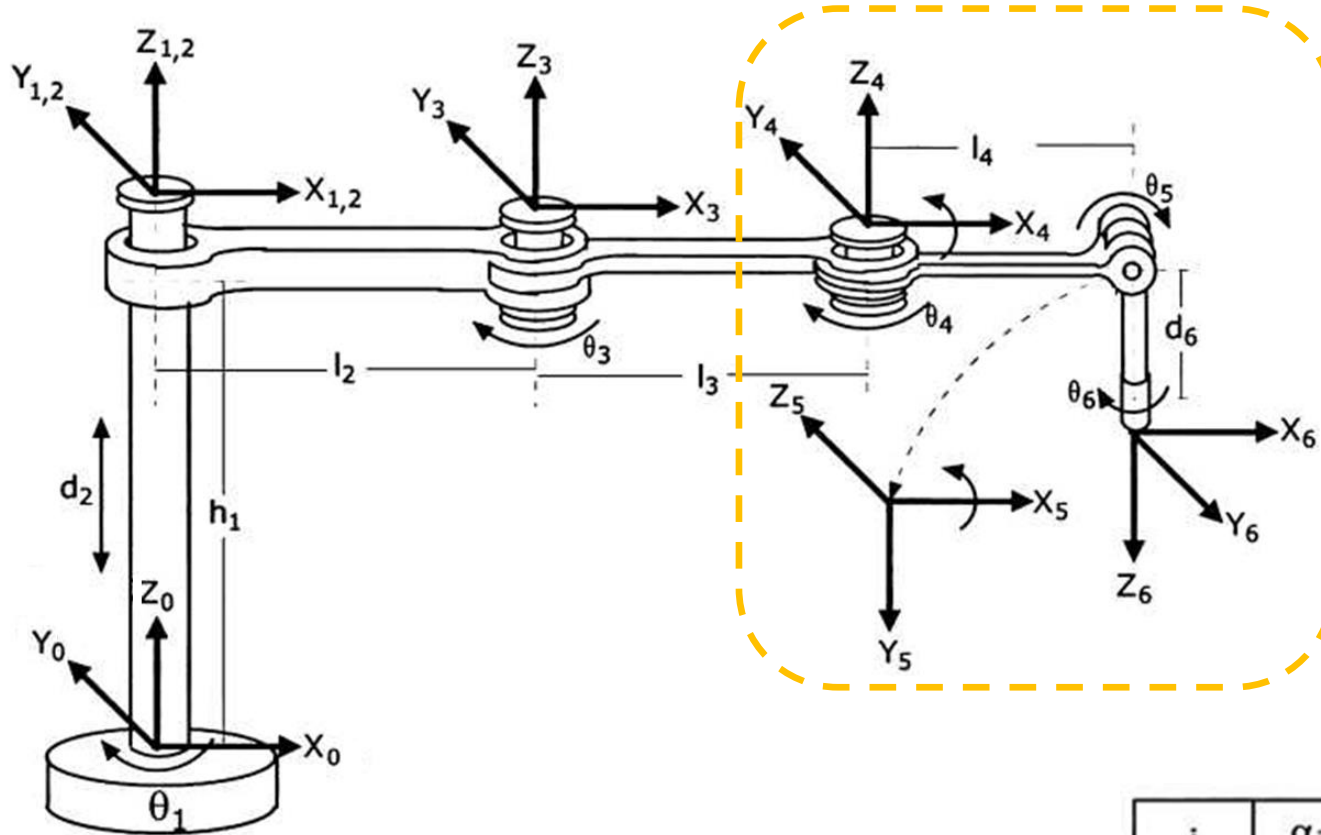
**ÖRNEK 16)**

- Şekil 28'de altı serbestlik derecesine sahip **Eklem kaçıklıklı bilekli 5R1P** (RPRRRR) eklem yapısına sahip bir robotun katı gövde yapısı veriliyor. Buna göre,
 - a) Her bir ekleme koordinat sistemi yerleştiriniz.
 - b) D-H değişkenlerini bulunuz.
 - c) Her bir eklemin dönüşüm matrisini bulunuz.
 - d) 0_6T Dönüşüm matrisinin konum vektörünü bulunuz.





ÇÖZÜM 16)



Eklem kaçıklılık bilek

D-H Tablosu:

i	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i	Değişken
1	0	0	d_2	0	d_2
2	0	0	0	θ_1	θ_1
3	0	l_2	0	θ_3	θ_3
4	0	l_3	0	θ_4	θ_4
5	-90	l_4	0	θ_5	θ_5
6	-90	0	d_6	θ_6	θ_6



ÇÖZÜM 16)

$${}^0_1T = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 & 0 & 0 \\ \sin \theta_1 & \cos \theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^1_2T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^2_3T = \begin{bmatrix} \cos \theta_3 & -\sin \theta_3 & 0 & l_2 \\ \sin \theta_3 & \cos \theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^3_4T = \begin{bmatrix} \cos \theta_4 & -\sin \theta_4 & 0 & l_3 \\ \sin \theta_4 & \cos \theta_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^4_5T = \begin{bmatrix} \cos \theta_5 & -\sin \theta_5 & 0 & l_4 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ \sin \theta_5 & \cos \theta_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^5_6T = \begin{bmatrix} \cos \theta_6 & -\sin \theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -d_6 \\ \sin \theta_6 & \cos \theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^0_6T = \begin{bmatrix} d_6(c\theta_{13}c\theta_4 - s\theta_{13}s\theta_4)s\theta_5 + l_4(c\theta_{13}c\theta_4 - s\theta_{13}s\theta_4) + l_3c\theta_{13} + l_2c\theta_1 \\ d_6(s\theta_{13}c\theta_4 + c\theta_{13}s\theta_4)s\theta_5 + l_4(s\theta_{13}c\theta_4 + c\theta_{13}s\theta_4) + l_3s\theta_{13} + l_2s\theta_1 \\ -d_6c\theta_5 + d_2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

**ÖRNEK 17)**

- Şekildeki Stanford robotunu göz önünde bulundurarak, ileri kinematiğini Kartonyum uzayında çıkarınız. $Q(q, p)$

ÇÖZÜM 17)

$$R(z, \theta_1) \quad q_1 = [\cos \bar{\theta}_1, \sin \bar{\theta}_1 < 0, 0, 1 >]$$

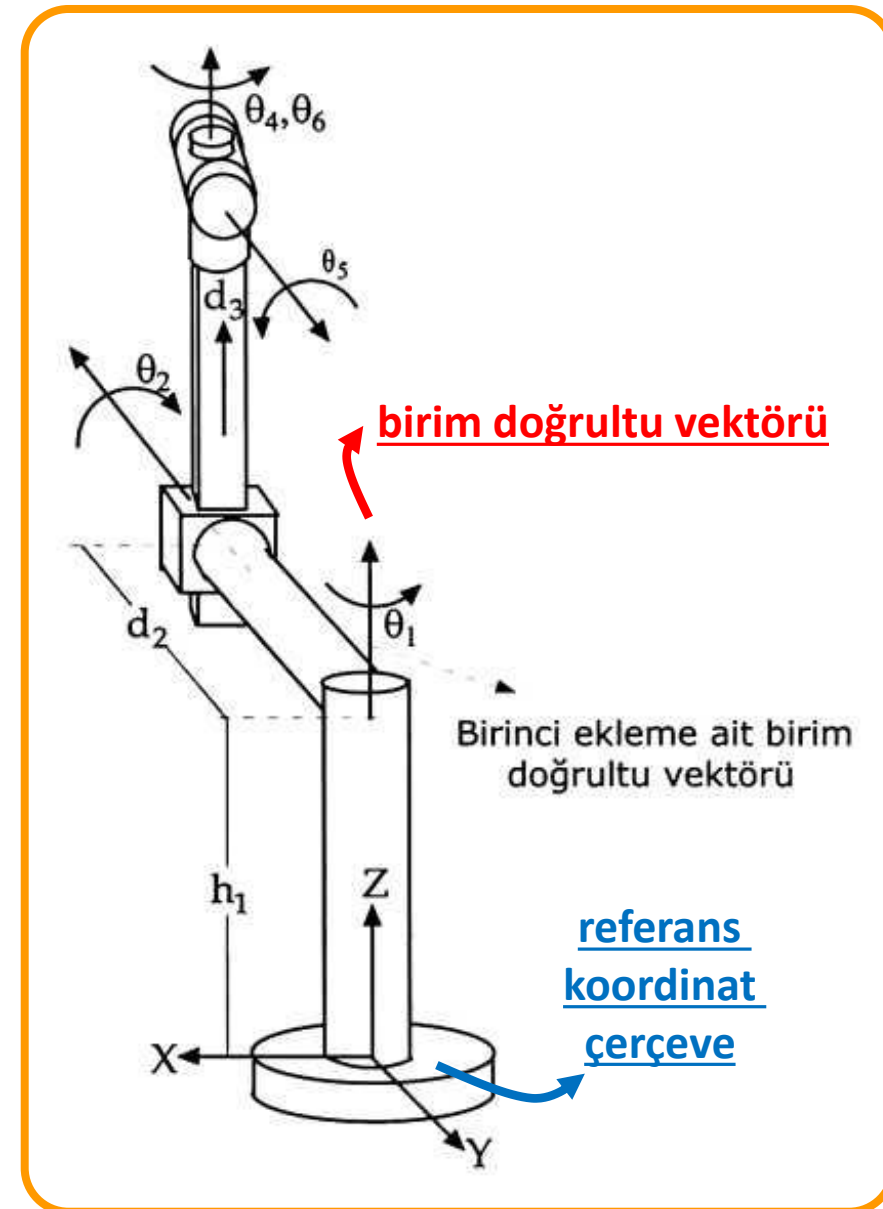
$$R(-y, \theta_2) \quad q_2 = [\cos \bar{\theta}_2, \sin \bar{\theta}_2 < 0, -1, 0 >]$$

$$3. \text{ eklem prizmatik} \quad q_3 = [1, < 0, 0, 0 >]$$

$$R(z, \theta_4) \quad q_4 = [\cos \bar{\theta}_4, \sin \bar{\theta}_4 < 0, 0, 1 >]$$

$$R(y, \theta_5) \quad q_5 = [\cos \bar{\theta}_5, \sin \bar{\theta}_5 < 0, 1, 0 >]$$

$$R(z, \theta_6) \quad q_6 = [\cos \bar{\theta}_6, \sin \bar{\theta}_6 < 0, 0, 1 >]$$



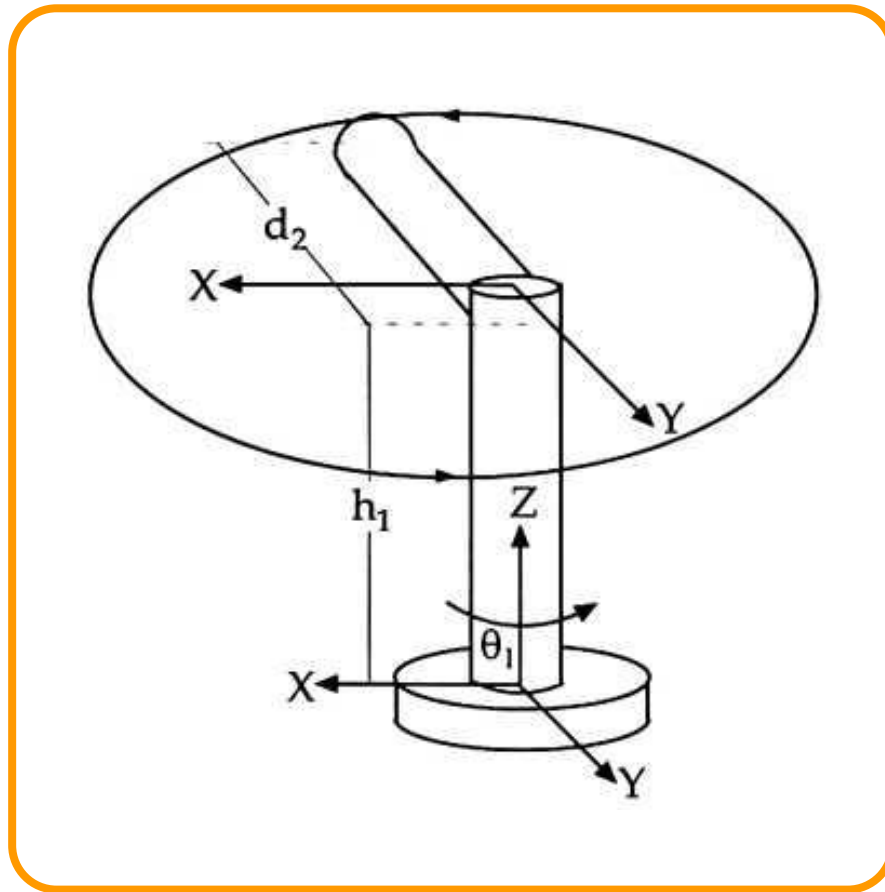


ÇÖZÜM 17)

• Konum Vektörleri

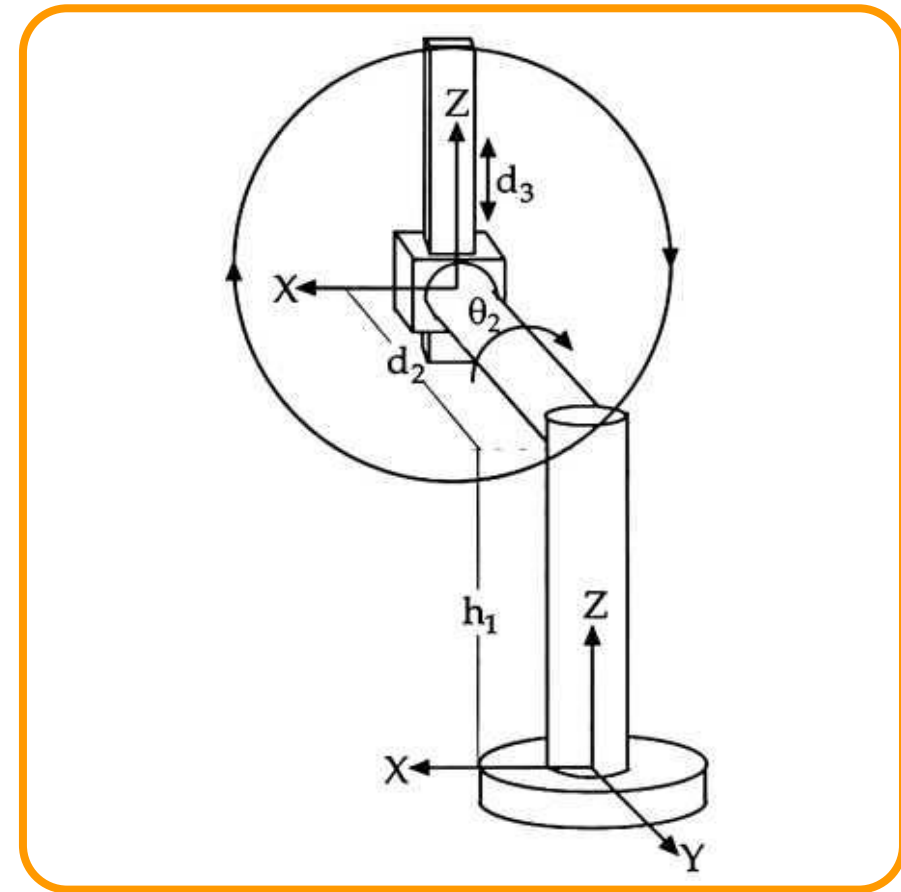
' $T(x, d_2 \sin \theta_1), T(-y, -d_2 \cos \theta_1)$ '

$$p_1 = \langle p_{x1}, p_{y1}, p_{z1} \rangle = \langle d_2 \sin \theta_1, -d_2 \cos \theta_1, h_1 \rangle$$



' $T(x, -d_3 \sin \theta_2), T(z, d_3 \cos \theta_2)$ '

$$p_2 = \langle -d_3 \sin \theta_2, 0, d_3 \cos \theta_2 \rangle$$



Robotun son dört ekleminin dönmesi sonucunda herhangi bir yer değiştirme gerçekleşmediğinden bu eklemlere ait konum vektörleri aşağıdaki gibi olur.

$$p_3 = p_4 = p_5 = p_6 = \langle 0, 0, 0 \rangle$$



ÇÖZÜM 17)

Q_i	Dönme	Öteleme
1	$R(z, \theta_1)$	$T(x, d_2 \sin \theta_1) T(-y, -d_2 \cos \theta_1)$
2	$R(-y, \theta_2)$	$T(x, -d_3 \sin \theta_2) T(z, d_3 \cos \theta_2)$
3	0	0
4	$R(z, \theta_4)$	0
5	$R(y, \theta_5)$	0
6	$R(z, \theta_6)$	0

- Her bir ekleme ait konum ve yönelimi birlikte gösteren kartonyum **vektör çiftleri** aşağıdaki gibi elde edilir.

$$Q_1 = ([\cos \bar{\theta}_1, \sin \bar{\theta}_1 < 0, 0, 1 >], < d_2 \sin \theta_1, -d_2 \cos \theta_1, h_1 >)$$

$$Q_2 = ([\cos \bar{\theta}_2, \sin \bar{\theta}_2 < 0, -1, 0 >], < -d_3 \sin \theta_2, 0, d_3 \cos \theta_2 >)$$

$$Q_3 = ([1, < 0, 0, 0 >], < 0, 0, 0 >)$$

$$Q_4 = ([\cos \bar{\theta}_4, \sin \bar{\theta}_4 < 0, 0, 1 >], < 0, 0, 0 >)$$

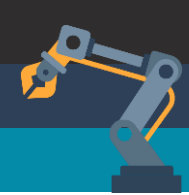
$$Q_5 = ([\cos \bar{\theta}_5, \sin \bar{\theta}_5 < 0, 1, 0 >], < 0, 0, 0 >)$$

$$Q_6 = ([\cos \bar{\theta}_6, \sin \bar{\theta}_6 < 0, 0, 1 >], < 0, 0, 0 >)$$

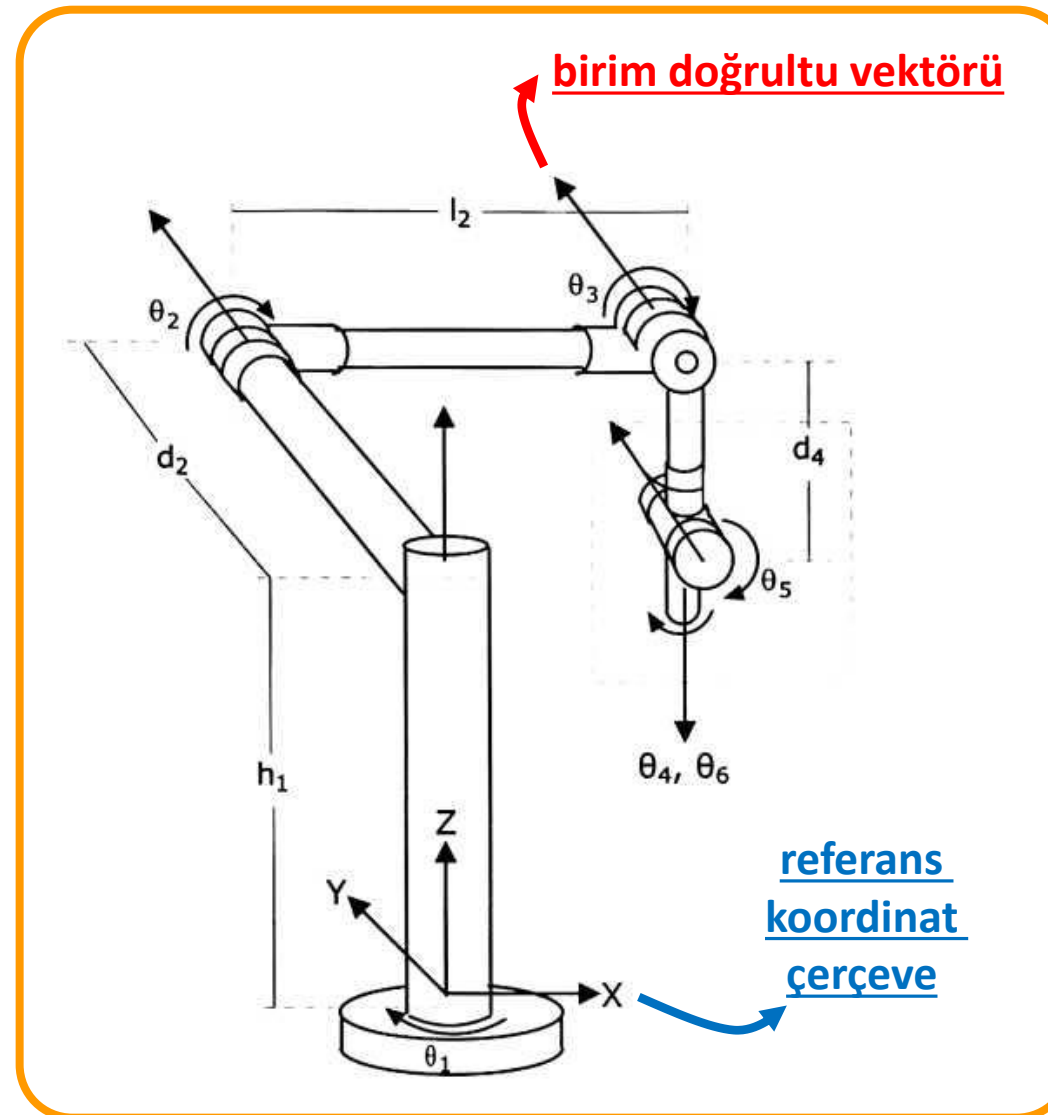
- Bu robotun ileri kinematiği, elde edilen **altı adet kartonyum vektör çiftinin çarpılmasıyla** aşağıdaki gibi bulunur.

$$Q_{16} = Q_1 * Q_2 * Q_3 * Q_4 * Q_5 * Q_6$$

$$= ([s_{16}, < v_{x16}, v_{y16}, v_{z16} >], < p_{x16}, p_{y16}, p_{z16} >)$$

**ÖRNEK 18)**

- Şekilde altı serbestlik derecesine sahip **Euler bilekli** bir **6R** robotun (PUMA) katı gövde yapısı veriliyor. Katı gövde yapısı verilen bu robota referans koordinat çerçevesi ve birim doğrultu vektörlerini yerleştiriniz. Ayrıca bu robotun yönelim ve konum bilgilerini tablo halinde göstererek ileri kinematiğini Kartonyum uzayında çıkarınız.

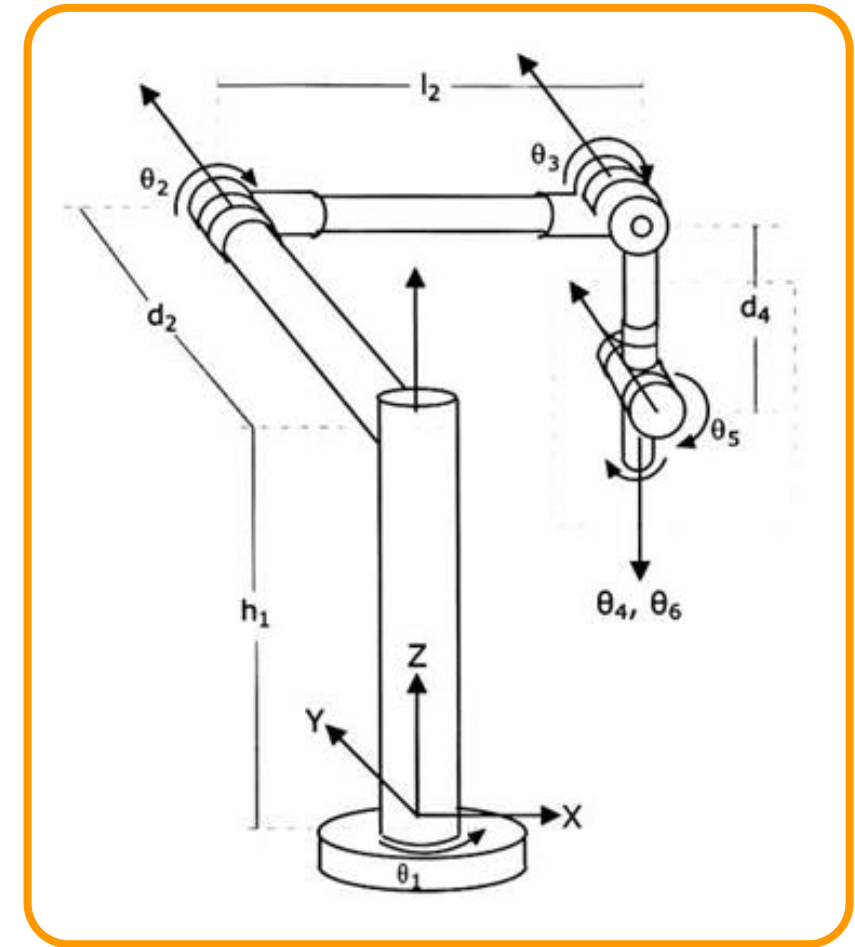




ÇÖZÜM 18)

PUMA robotunun yönelim ve konum bilgileri

Q_i	Dönme	Öteleme
1	$R(z, \theta_1)$	$T(x, -d_2 \sin \theta_1) T(y, d_2 \cos \theta_1)$
2	$R(y, \theta_2)$	$T(x, l_2 \cos \theta_2) T(z, -l_2 \sin \theta_2)$
3	$R(y, \theta_3)$	$T(x, -d_4 \sin \theta_3) T(z, -d_4 \cos \theta_3)$
4	$R(-z, \theta_4)$	0
5	$R(y, \theta_5)$	0
6	$R(-z, \theta_6)$	0



- Konum ve yönelimi birlikte gösteren kartonyum vektör çiftleri;

$$Q_1 = ([\cos \bar{\theta}_1, \sin \bar{\theta}_1 < 0, 0, 1 >], < -d_2 \sin \theta_1, d_2 \cos \theta_1, h_1 >)$$

$$Q_2 = ([\cos \bar{\theta}_2, \sin \bar{\theta}_2 < 0, 1, 0 >], < l_2 \cos \theta_2, 0, -l_2 \sin \theta_2 >)$$

$$Q_3 = ([\cos \bar{\theta}_3, \sin \bar{\theta}_3 < 0, 1, 0 >], < -d_4 \sin \theta_3, 0, -d_4 \cos \theta_3 >)$$

$$Q_4 = ([\cos \bar{\theta}_4, \sin \bar{\theta}_4 < 0, 0, -1 >], < 0, 0, 0 >)$$

$$Q_5 = ([\cos \bar{\theta}_5, \sin \bar{\theta}_5 < 0, 1, 0 >], < 0, 0, 0 >)$$

$$Q_6 = ([\cos \bar{\theta}_6, \sin \bar{\theta}_6 < 0, 0, -1 >], < 0, 0, 0 >)$$



$$Q_{16} = Q_1 * Q_2 * Q_3 * Q_4 * Q_5 * Q_6$$

$$= ([S_{16}, < v_{x16}, v_{y16}, v_{z16} >], < p_{x16}, p_{y16}, p_{z16} >)$$