

Momentum iletimi

1. Moleküler momentum iletimi

- Hız gradyanı ve basınç nedeniyle
- Kesme gerilmesi (τ_{ij}) ve basınç (p)

Kuvvetin etki ettiği alana dik
yön

(momentum iletim yönü)

x

x

$$p + \tau_{xx}$$

y

$$\tau_{yx}$$

z

$$\tau_{zx}$$

Kuvvetin bileşenleri

(Momentum akısının bileşenleri)

y

z

$$\tau_{xy}$$

$$\tau_{xz}$$

$$p + \tau_{yy}$$

$$\tau_{yz}$$

$$\tau_{zy}$$

$$p + \tau_{zz}$$

2. Konvektif momentum iletimi

- Akışkanın akışı ile iletim ($\rho v v$)

Kuvvetin etki ettiği alana dik
yön

(momentum iletim yönü)

x

x

$$\rho v_x v_x$$

y

$$\rho v_y v_x$$

z

$$\rho v_z v_x$$

Kuvvetin bileşenleri

(Momentum akısının bileşenleri)

y

z

$$\rho v_x v_y$$

$$\rho v_x v_z$$

$$\rho v_y v_y$$

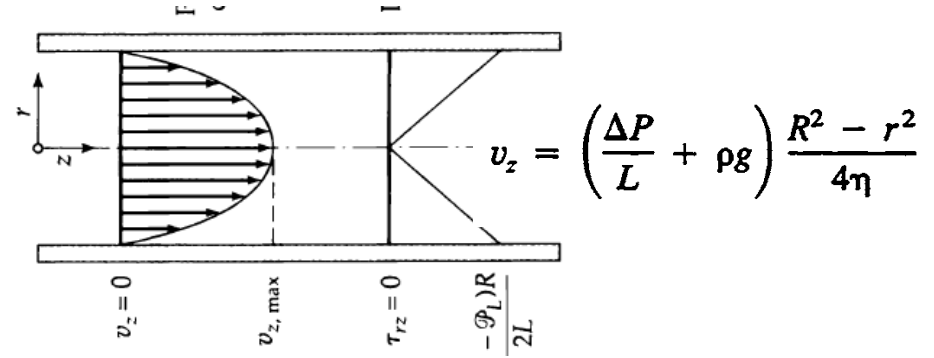
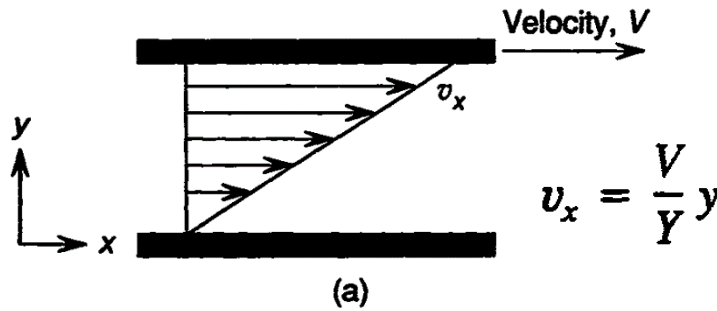
$$\rho v_y v_z$$

$$\rho v_z v_y$$

$$\rho v_z v_z$$

Neden?

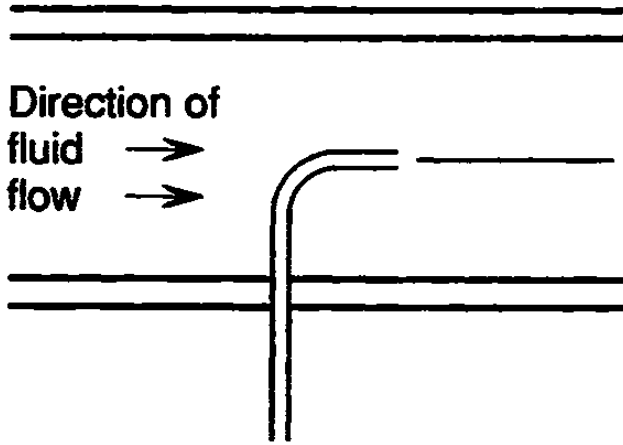
- Akışkan sistemleri içerisinde hız ve kesme gerilmeleri nasıl değişiyor?
 - Hız ve kesme gerilmelerini tarif eden denklemleri elde etmek
 - Bu denklemlerden ortalama hız, debi, sisteme etki eden kuvvet hesabı yapmak için



- Hız ve kesme gerilmesi profillerini elde etmek için 2 yöntem kullanılabilir
 - A) Kabuk momentum dengesi
 - B) Hareket denklemleri
- Hız ve kesme gerilmesi profilleri Laminar akış için incelenecek

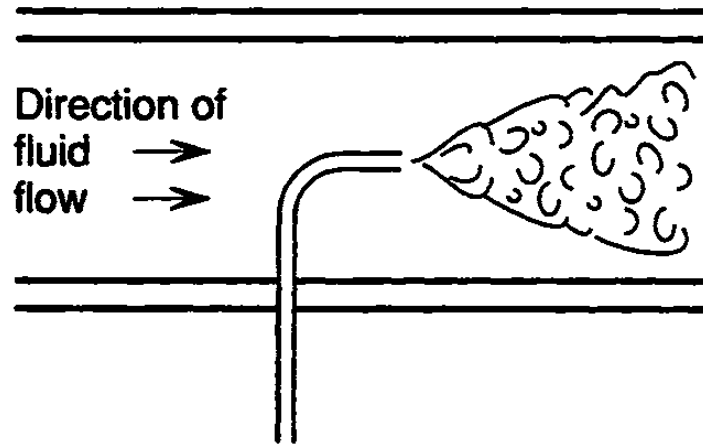
Akış rejimleri

Laminar Akış



(a)

Türbülanslı Akış



(b)

- Akış rejimi aşağıdaki parametrelere bağlıdır
 - Akışkan sisteminin geometrisi
 - Akışkan sisteminin karakteristik boyutu
 - Akış hızı
 - Akışkanın viskozitesi
 - Akışkanın yoğunluğu

Reynolds (Re) sayısı

- Akışın rejimi Re sayısı ile belirlenir

$$Re = \frac{D_K <v> \rho}{\mu}$$

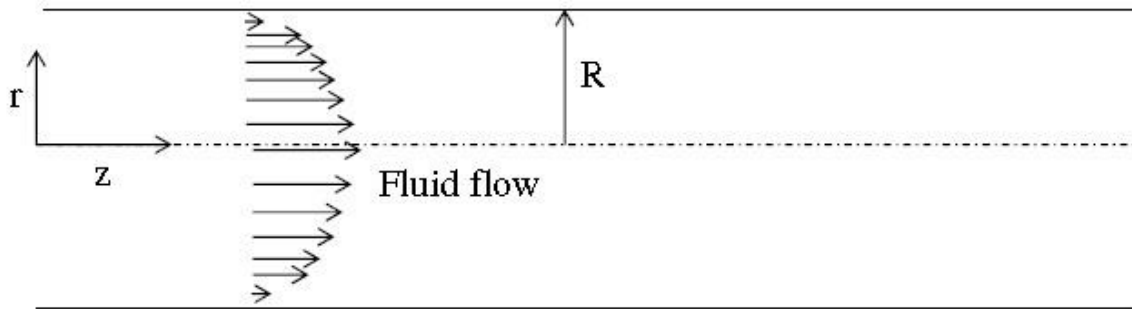
D_K : Karakteristik uzunluk

$<v>$: Ortalama hız

ρ : Akışkanın yoğunluğu

μ : Akışkanın viskozitesi

- $Re < (Re)_{kritik}$ ise Laminar akış
- $Re > (Re)_{kritik}$ ise Türbülanslı akış
- Dairesel boruda akış için
 - $D_K = 2R$
 - $(Re)_{kritik} = 2100$



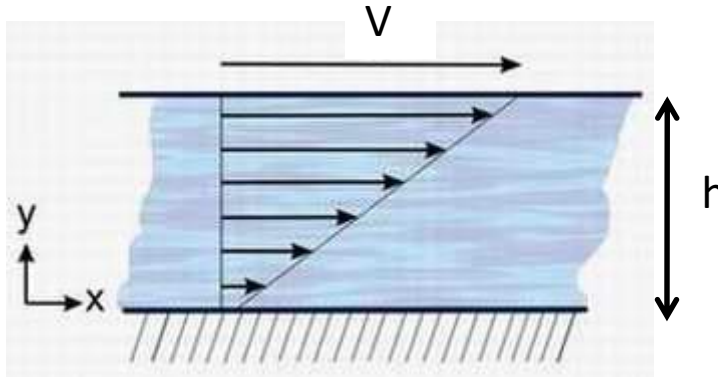
Sınır Koşulları

- Hem momentum dengesi ile hem de hareket denklemleri ile hız profillerinin elde edilmesinde akışkan sisteminin sınırlarını tarif eden koşullar kullanılır.

a) Katı-Akışkan ara yüzü

- Katı yüzeyle temas eden akışkanın hızı = Katı yüzeyin hızı

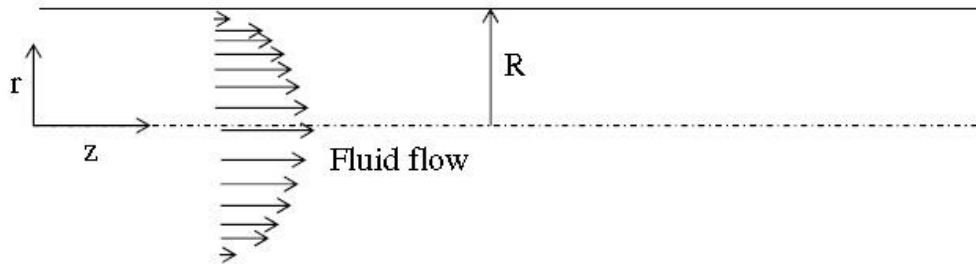
Ör: Levha arasında akış (Üst levha hareketli, alt levha durağan)



$$V_x = 0 @ y = 0$$

$$V_x = V @ y = h$$

Ör: Basınç etkisiyle borudan akış

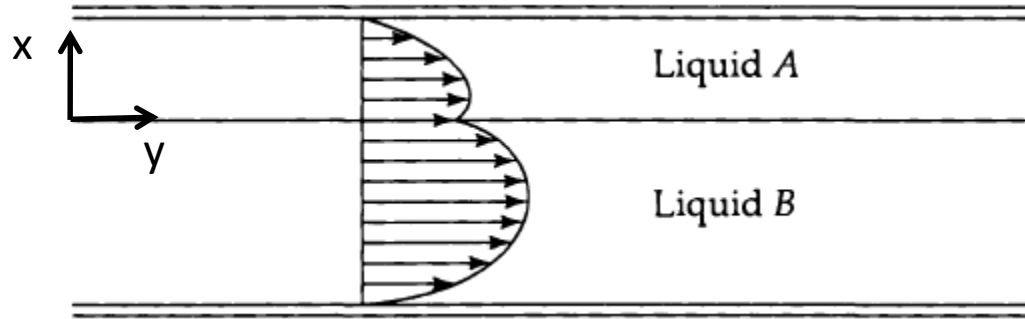


$$V_z = 0 @ r = R$$

Sınır Koşulları

b) Sıvı-sıvı ara yüzü

- Temas düzleminde sıvıların hızları birbirine eşittir

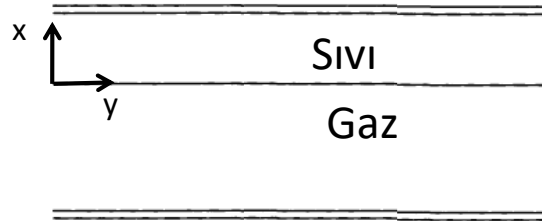
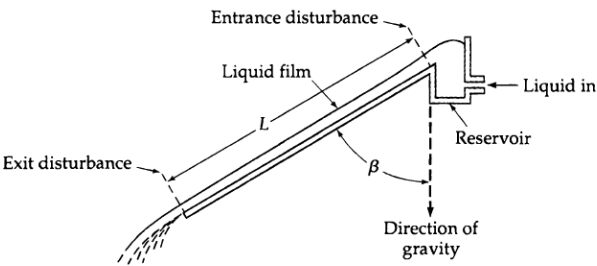


$$V_y^A = V_y^B \quad @ x = 0$$

$$V_z^A = V_z^B \quad @ x = 0$$

b) Sıvı-gaz ara yüzü

- Sıvı ile gazın temas ettiği düzlemdeki kesme gerilmeleri sıfırdır
- Gazların viskozitesi sıvılara göre çok küçük olduğu için



$$\tau_{xy} = 0 \quad @ x = 0$$

$$\tau_{xz} = 0 \quad @ x = 0$$

Kabuk momentum dengesi ile problem çözümü

Amaç: Hız profilini veren eşitlik: Ör: $V_x(y)$

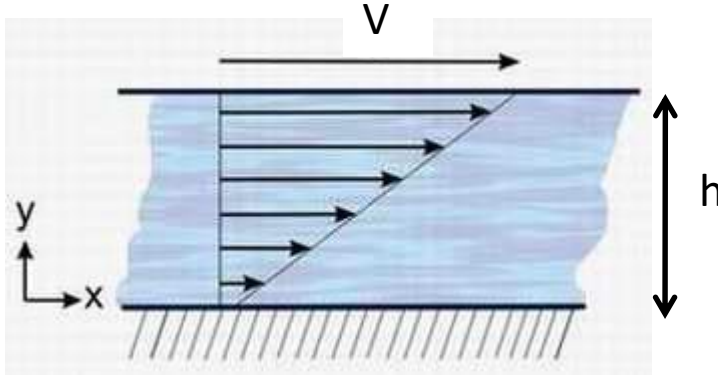
Genel prosedür

- Sistemde hangi hız bileşenleri mevcut:
- Hız hangi yönde değişiyor (Hız hangi koordinatın fonksiyonu)
- Hızın değiştiği yöne dik ince bir hacim elemanı (kabuk) üzerinde momentum (kuvvet) dengesi yazılır
 - Hızın olduğu yöndeki momentum (kuvvet) bileşeni için
- Hacim elemanının kalınlığının sıfıra yaklaştırılır (Kalınlık sıfıra giderken limit)
- Türev tanımından momentum akısını (τ_{ij}) içeren diferansiyel denklem elde edilir.
- Bu denklemin integrali alınır ve momentum akısını (τ_{xy}) veren ifade elde edilir
- Newton'un viskozite kanunu ile hızı içeren diferansiyel denklem elde edilir.
- Bu denklemin integrali alınır ve hızı veren ifade elde edilir
- İntegral sabitleri sınır koşulları ile hesaplanır
- Hız profilinden: Ortalama hız, debi ve sisteme etki eden kuvvet hesaplanabilir

Kabuk momentum dengesi

ÖRNEK: Sabit yoğunluk ve viskoziteye sahip bir Newtonyan akışkan iki düz levha arasında bulunmaktadır. Üst levha $+X$ yönünde V hızında hareket etmektedir. Alt levha sabittir. Plakalar arası mesafe h , plaka boyu L ve plaka eni W 'dür.

Akışkan boyunca basıncın sabit olduğunu varsayınız.

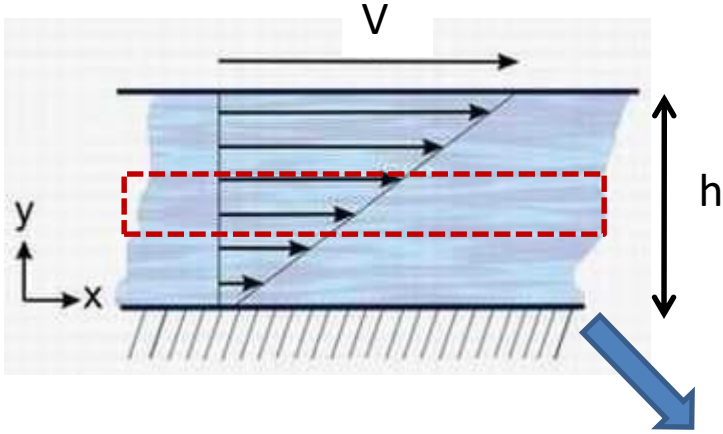


Bu akışkan sistemi için momentum denge denklemini yazarak hız profilini veren eşitliği bulunuz.

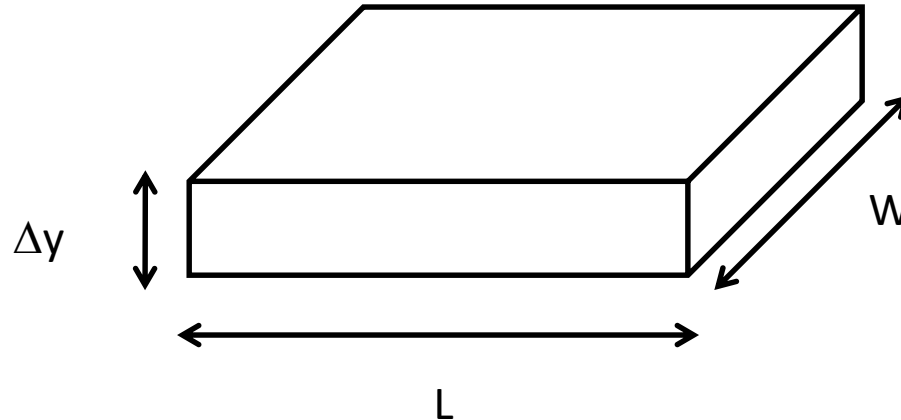
Kabuk momentum dengesi

ÖRNEK: Sabit yoğunluk ve viskoziteye sahip bir Newtonyan akışkan iki düz levha arasında bulunmaktadır. Üst levha $+X$ yönünde V hızında hareket etmektedir. Alt levha sabittir. Plakalar arası mesafe h , plaka boyu L ve plaka eni W 'dür.

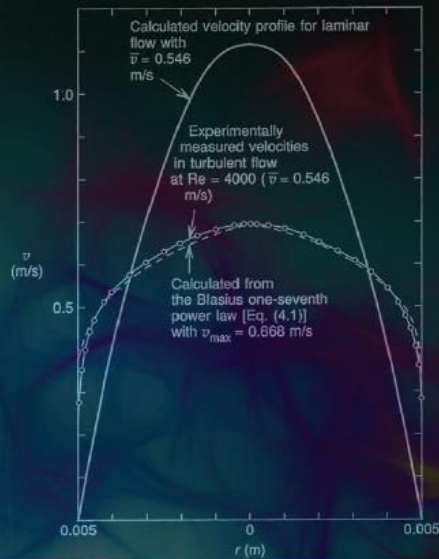
Akışkan boyunca basıncın sabit olduğunu varsayınız.



Bu akışkan sistemi için momentum denge denklemini yazarak hız profilini veren eşitliği bulunuz.



Chapter 2



AN INTRODUCTION TO

Transport Phenomena in Materials Engineering

SECOND EDITION

DAVID R. GASKELL



MOMENTUM PRESS

Çalışma sorusu

ÖRNEK: Sabit yoğunluk ve viskoziteye sahip bir Newtonyan akışkan iki düz levha arasında bulunmaktadır. **Her iki levha da $+X$ yönünde V hızında hareket etmektedir.** Plakalar arası mesafe h , plaka boyu L ve plaka eni W 'dür. Akışkan boyunca basıncın sabit olduğunu varsayınız.

Bu akışkan sistemi için momentum denge denklemini yazarak hız profilini veren eşitliği bulunuz.