

NO :

İSİM :

ERCIYES ÜNİVERSİTESİ
MÜHENDİSLİK FAKÜLTESİ
2019 - 2020 ÖĞR. YILI
MEKANİK TİTREŞİMLER
BÜTÜNLEME SINAVI

1	2	3	TOPLAM

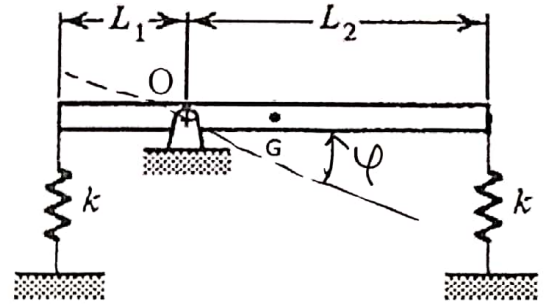
20.01.2020

Ö.Ö. İmalat: ☐ İ.Ö. İmalat: ☐
Ö.Ö. Isı: ☐ İ.Ö. Isı: ☐

SORULAR

(20)

1. a) Şekildeki sistemde homojen kütle dağılımına sahip çubuğun O noktası etrafındaki salınımlarına ilişkin sistemin hareket denklemini doğal frekansını bulunuz.



$$I_O \ddot{\varphi} = -k \cdot L_1 \cdot \varphi \cdot L_1 \cdot \cos \varphi - k \cdot L_2 \cdot \varphi \cdot L_2 \cdot \cos \varphi$$

$$I_O \ddot{\varphi} + k L_1^2 \varphi + k L_2^2 \varphi = 0$$

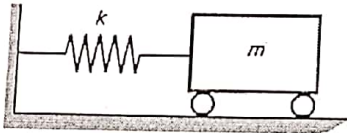
$$I_O \ddot{\varphi} + k \varphi (L_1^2 + L_2^2) = 0$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k \cdot (L_1^2 + L_2^2)}{I_O}}$$

$$*) I_O = \frac{1}{12} \cdot m \cdot (L_1 + L_2)^2 + m \left(L_2 - \frac{L_1 + L_2}{2} \right)^2$$

(15)

1. b) Basit bir yay-kütle sistemin doğal frekansı 20 Hz'dir. Yay sabitinin 1000 N/m azaltılması durumunda, doğal frekans değerinde %30' luk bir azalma meydana gelmektedir. Orijinal sistemin yay ve kütle değerini bulunuz.



$$\omega_n = 2\pi f = 2\pi \cdot 20 = 125,663 \text{ rad/s}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = 125,663 \text{ rad/s}$$

$$\sqrt{\frac{k - 1000}{m}} = \frac{70}{100} \cdot 125,663 \text{ rad/s}$$

$$m = 0,124 \text{ kg}$$

$$k = 1960,78 \text{ N/m}$$

2. Tek serbestlik dereceli bir sistemde, $m=7$ kg, $k=6$ kN/m, $c=35$ Ns/m olduğuna göre ;

a) Sistemin muhtemel hareket denklemini yazarak doğal frekansını

b) Sönüm oranını (ξ)

c) Birbirini izleyen ardışık genlikler oranını hesaplayınız.

a) $m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0$

$$7\ddot{x} + 35\dot{x} + 6000x = 0 //$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{6000}{7}} = 29,277 \text{ rad/s} //$$

b) $c = 35 \text{ Ns/m}$

$$c_{cr} = 2\sqrt{km} = 2 \cdot \sqrt{6000 \cdot 7} = 409,878 \text{ Ns/m}$$

$$\xi = \frac{c}{c_{cr}} = 0,0854 //$$

$$c) \ln \frac{x_1}{x_2} = \frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} = \frac{2\pi \cdot 0,0854}{\sqrt{1-0,0854^2}}$$

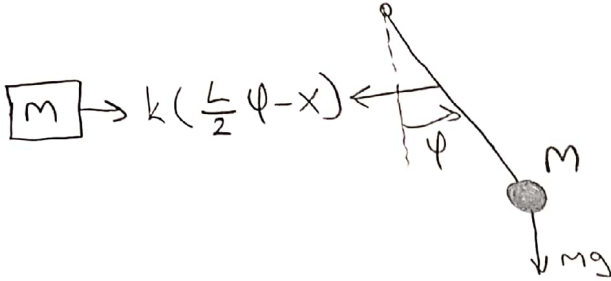
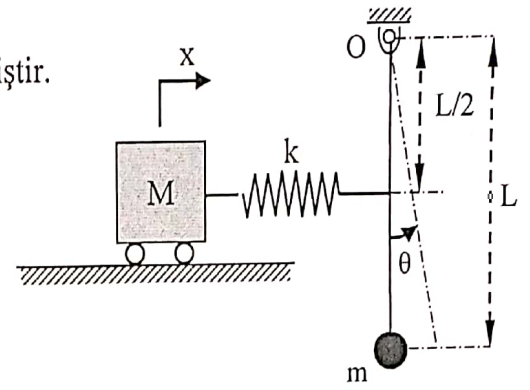
$$\ln \frac{x_1}{x_2} = 0,5385 \Rightarrow e^{\ln \frac{x_1}{x_2}} = e^{0,5385} \Rightarrow \frac{x_1}{x_2} = 1,7135 //$$

3. Statik denge konumu ile tanımlı mekanik sistem şekilde gösterilmiştir.

Bu sistemin;

a) Hareket denklemlerini ve doğal frekanslarını bulunuz.

b) Verilen sistemde $M=3$ kg, $k=10000$ N/m, $L=0.35$ m, $m=0.5$ kg olmak üzere, modal vektörleri ve mod şekillerini belirleyiniz.



$$\sum F = M\ddot{x} \Rightarrow k\left(\frac{L}{2}\phi - x\right) = M\ddot{x} \Rightarrow \boxed{M\ddot{x} + kx - k\frac{L}{2}\phi = 0}$$

$$\sum M_o = I_o\ddot{\phi} \Rightarrow -k\left(\frac{L}{2}\phi - x\right)\frac{L}{2} - mgL\phi = I_o\ddot{\phi} \Rightarrow \boxed{mL^2\ddot{\phi} + mgL\phi + \frac{L}{2}k\left(\frac{L}{2}\phi - x\right) = 0}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & mL^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\phi} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k & -k\frac{L}{2} \\ -k\frac{L}{2} & (mgL - k(\frac{L}{2})^2) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ \phi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow x = X \cos \omega t \quad \text{ve} \quad \phi = \Phi \cos \omega t \Rightarrow$$

$$-M\omega^2 \cos \omega t X + k \cos \omega t X - k\frac{L}{2} \Phi \cos \omega t = 0$$

$$-mL^2\omega^2 \cos \omega t \Phi - k\frac{L}{2} \cos \omega t X + (mgL + k(\frac{L}{2})^2) \cos \omega t = 0$$

$$\Rightarrow [-M\omega^2 + k] X - k\frac{L}{2} \Phi = 0$$

$$-k\frac{L}{2} X + (-mL^2\omega^2 + mgL + k(\frac{L}{2})^2) \Phi = 0$$

$$\begin{bmatrix} [-M\omega^2 + k] & [-k\frac{L}{2}] \\ [-k\frac{L}{2}] & [-mL^2\omega^2 + mgL + k(\frac{L}{2})^2] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X \\ \Phi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow \downarrow \text{ } = 0 \text{ } \Delta M \neq 0$$

Karakteristik denklem

$$[-M\omega^2 + k] [ML^2\omega^2 + MgL + k\frac{L^2}{4}] - [-k\frac{L}{2}] [-k\frac{L}{2}] = 0$$

$$\Rightarrow ML^2\omega^4 - MLg\omega^2 - Mk\frac{L^2}{4}\omega^2 - MkL^2\omega^2 + MgLk + k\frac{L^2}{4} - k\frac{L^2}{4} = 0$$

$$ML^2\omega^4 - [MLg + Mk\frac{L^2}{4} + MkL^2]\omega^2 + MgLk = 0$$

$$3 \cdot 0,5 \cdot 0,35^2 \cdot \omega^4 - [3 \cdot [0,5 \cdot 9,81 \cdot 0,35 + 10000 \cdot (\frac{0,35}{2})^2] + 0,5 \cdot 10000 \cdot 0,35^2] \cdot \omega^2 + 0,5 \cdot 9,81 \cdot 0,35 \cdot 10000 = 0$$

$$\Rightarrow 0,18375 \omega^4 - 1536,40025 \omega^2 + 17167,5 = 0$$

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{1536,40025 \pm \sqrt{(1536,40025)^2 - 4 \cdot 0,18375 \cdot 17167,5}}{2 \cdot 0,18375}$$

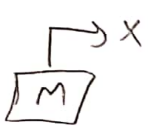
$$\omega_1^2 = 11,189 \text{ (rd/s)}^2$$

$$\omega_2^2 = 8350,173 \text{ (rd/s)}^2$$

$$\Rightarrow r_1 = \left(\frac{\ddot{x}}{\ddot{\varphi}}\right)^{(1)} = \frac{k\frac{L}{2}}{-M\omega_1^2 + k} = \frac{10000 \cdot 0,175}{-3 \cdot 11,189 + 10000} \Rightarrow r_1 = 0,175$$

$$r_2 = \left(\frac{\ddot{x}}{\ddot{\varphi}}\right)^{(2)} = \frac{k\frac{L}{2}}{-M\omega_2^2 + k} = \frac{10000 \cdot 0,175}{-3 \cdot 8350,173 + 10000} \Rightarrow r_2 = -0,116$$

Mod şekilleri



I. Mod

