



T.C.
ERCIYES ÜNİVERSİTESİ
MÜHENDİSLİK FAKÜLTESİ
MEKATRONİK MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ

TEMEL ELEKTRİK DEVRE LABORATUARI

RLC devrelerinde Rezonans, Bant Genişliği, Q

DENEY SORUMLUSU
Arş. Gör. Ahmet KIRNAP

ARALIK 2013
KAYSERİ

RC, RL ve RLC DEVRELERİ

1. GİRİŞ

Elektronik devrelerde kullanılan güç kaynakları iki şekilde çalışmaktadır. Bunlardan birisi gerilim yada akım kaynağının zamana bağımlı olarak değişmediği sabit kaynaklardır. Bu kaynak elektronik terminolojisinde DC (doğru akım) olarak bilinmektedir. Bir diğer tip voltaj veya akım kaynağı ise işaretin zamanın bir fonksiyonu olarak değiştiği kaynaklardır. Bu kaynaklar notasyonlarda AC (alternatif akım) olarak verilmektedir. Elektronik devrelerde kullanılan saf rezistif elemanların yanında depolama elemanı olarak kullanılan bobin ve kapasite elemanları da mevcuttur. Bu elemanlar DC bir devrede kullanıldıklarında bobin için kısa devre, kapasite için açık devre olarak çalışmaktadırlar. Bu elemanların kullanıldığı DC devrelerde $t=0$ dan $t=\infty$ 'a kadar bir analiz gerçekleştirilmesi kararlı durum analizi (steady state analysis) olarak bilinmektedir. Bu analizde kapasite elemanı üzerinde depolanmış bir enerji olmadığı durumda başlangıçta kısa devre olarak düşünülür. Kararlı duruma geçtiği, yani tamamıyla enerji depoladığı durumda ise açık devre olarak çalışacaktır. Bobin ise buna benzer fakat zıt bir şekilde başlangıçta açık devre kararlı durumda ise kısa devre olarak çalışacaktır. Bu arada geçen süre için yapılacak analizde devrenin şartlarından elde edilen zaman sabitine göre voltaj ve akım işaretleri eksponansiyel bir geçiş yapmaktadırlar.

AC kaynakların kullanıldığı devre analizinde ise bu kapasite ve indüktör elemanları, AC işaretin periyodu boyunca bir defa dolup boşalmaktadır. Bu yüzden özellikle yüksek frekanslı işaretler için kararlı durum analizi sistemin durumunu çözmek için oldukça basit kalacaktır. Ayrıca eksponansiyel geçişin tanımlanabilmesi için depolama elemanlarının yapılarını tanımlayan integro-diferansiyel çevre veya düğüm denklemlerinin çözümünün gerçekleştirilmesi oldukça zor bir işlemdir.

Bu durumda yeni bir analiz geliştirme ihtiyacı doğacaktır. AC analiz olarak bilinen bu analizde kullanılan depolama elemanlarının, uygulanan işaretin frekansına göre ürettikleri bir direnç etkisinden söz edilmektedir. Kapasite elemanı için bu terim kapasitif reaktans, indüktör elemanı için ise indüktif reaktans olarak tanımlanmaktadır. Bu terimi devrede kullanılan depolama elemanlarının o frekanstaki direnç ifadesi olarak düşünmek gerekir. Bu işlem gerçekleştirilecek olursa birden çok depolama elemanının bulunduğu karmaşık devreler sadece dirençlerden oluşan devrelere dönüşecektir. Dönüşüm gerçekleştirildikten sonra DC analizde kullanılan Kirchhoff yasaları, thevenin, norton ve süperpozisyon gibi tekniklerle depolama elemanları bulunduran elektronik devre kolayca çözülebilecektir.

Bunun yanında devrede kullanılan depolama elemanları devre girişine AC bir sinyal uygulandığında voltaj ile akım arasında zamanda bir gecikme oluşturacaktır. AC devrenin sağlıklı bir analizinin gerçekleştirilmesi için akım ile voltaj arasında geri (latch) ya da ileri(lagg) durumunun çözümlenmesi gerekmektedir. Devrelerde kullanılan saf bir kapasite elemanı üzerinden akan akım gerilimden 90° ileridedir. Saf bir indüktans elemanı içinse bu durum voltaj akımdan 90° ileride olacak şekilde oluşacaktır. Bu elemanların beraber kullanıldığı devrelerde ise kullanılan eleman değerlerine göre bir açı değeri belirlenecektir. Bu çözümleme işlemi için kompleks ve reel düzlemlerin kesişmesi ile oluşan fazör diyagramı tekniği kullanılmaktadır.

2. DENEYİN AMACI

Daha önceki deneyde sadece rezistif devre elemanları üzerinde durduk. Bu deneyde yapılacak olan devre analizlerinde rezistif devre elemanlarına ek olarak kapasitör ve indüktör elemanların etkileri incelenecektir. Kurulacak temel seri ve paralel RLC devreleri üzerinde frekansa verilecek çıkış tepkisi yorumlanacaktır. Daha sonra kurulacak olan devrelerde kapasitör ve indüktör elemanlarının birlikte kullanılması ile devrenin belirli bir frekansa cevap vermesi, diğer bir ifadeyle alçak geçiren, yüksek geçiren, bant geçiren filtreler için devre düzenlemeleri yapılacaktır.

3. ÖN BİLGİ

3.1. AC gerilimde direnç, kapasitör ve indüktör

DİRENÇ: Elektrik akımının geçişine karşı gösterilen zorluk “*Direnç*” olarak tanımlanır. Çevremizde gördüğümüz her madde elektriksel olarak bir direnç değerine sahiptir. Bu direnç değeri, maddenin elektriksel özelliğinde belirleyicidir. Direnç, elektriksel bir büyüklüğe verilen isim olup, aynı zamanda elektronik devrelerde akım sınırlamak amacıyla kullanılan devre elemanını da ifade etmektedir. Dirençler akım sınırlama işleminin yanı sıra gerilim bölme amacıyla da kullanılır. Dirençleri, sabit değerli ve ayarlanabilir olmak üzere iki gruba ayırmak mümkündür. Bunların yanında, çeşitli fiziksel büyüklüklerden etkilenen ve bu etki sonucunda değeri değişen foto direnç (ışık duyarlı), termistör (ısı duyarlı) ve VDR (gerilim duyarlı) gibi dirençler de bulunmaktadır. Değişik teknikler kullanılarak karbon dirençler, film dirençler ve tel dirençler üretilmektedir. Karbon dirençler ucuz maliyetli ancak yüksek toleranslıdır. Film dirençlerin maliyeti daha pahalı olmakla beraber çok küçük tolerans değerlerinde üretilebilmektedirler. Tel dirençler ise yüksek güçlü dirençler olup fiziki boyutları oldukça büyüktür. Dirençler hem AC hem de DC gerilim altında aynı değeri gösterirler.



Şekil 3.1. Direnç sembolleri.

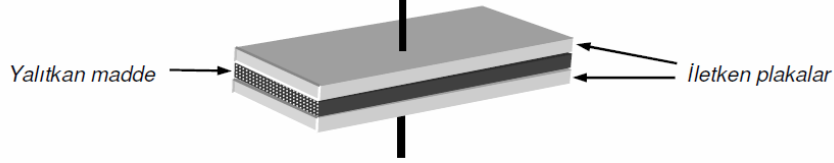


Şekil 3.2. Sabit direnç görünümleri



Şekil 3.3. Ayarlı direnç görünümleri

KONDANSATÖR: Elektrik yüklerini depolama yeteneğine sahip devre elemanları “**Kondansatör**” olarak isimlendirilir. Yapısı oldukça basit olmakla beraber elektrik elektronik devrelerindeki önemi bakımından çok büyük önem taşır. Karşılıklı duran iki iletken plaka arasına kağıt, mika, seramik veya hava gibi yalıtkan izolasyon maddesi konularak yapılır. iletken plakalardan çıkarılan terminaller kondansatörün uçlarını oluşturur.



Şekil 3.4.Düzlem plakalı kondansatör.

Hesaplama ve devre şemalarında C harfi ile gösterilen kondansatörlerin değeri **F (FARAD)** birimi ile ifade edilir. Bu birim kondansatörün elektrik yüklerini depolama kapasitesini gösterdiğinden “**Kapasite**” olarak isimlendirilir. Uygulamada bu birimin alt katları olan **μF (mikro FARAD)**, **nF (nano FARAD)** ve **pF (piko FARAD)** birimleri kullanılır. Bu birimler arasındaki ilişki, şekliindedir.

$$\begin{aligned} \mu\text{F} &: 10^{-6} \text{ F} \\ \text{nF} &: 10^{-9} \text{ F} \\ \text{pF} &: 10^{-12} \text{ F} \\ \text{nF} &: 10^3 \text{ pF} \\ \mu\text{F} &: 10^3 \text{ nF} \\ \mu\text{F} &: 10^6 \text{ pF} \end{aligned}$$

Bir kondansatöre gerilim uygulandığında, kondansatör plakalarında elektrik yükleri depolanır. Plakalardan biri negatif, diğeri ise pozitif yükleri toplar. Plakalarda toplanan zıt yükler nedeniyle kondansatörün iki ucu arasında bir potansiyel farkı meydana gelir. Bu olaya **kondansatörün şarjı** denir. Şarj olayı kondansatör uçlarındaki gerilim kaynak gerilimine eşitlenene dek devam eder. Şarjlı bir kondansatörün direnç gibi başka bir elemana bağlanması neticesinde, plakalardaki yüklerin hareketi ile oluşacak elektrik akımı, plakalardaki yüklerin boşalmasına sebep olur. Bu olay ise **kondansatörün deşarjı** olarak isimlendirilir ve uçlar arasındaki gerilim sıfıra düşene dek devam eder. Gerek şarj ve gerekse de deşarj olaylarının gerçekleşmesi için bir sürenin geçmesi gerekir. Bu süreyi belirleyen büyüklük **zaman sabitesi** olarak isimlendirilir ve

$$T = R.C \text{ formülü ile ifade edilir.}$$

T: Zaman sabiti (sn)

R: Kondansatöre seri bağlı elemanın direnci (ohm)

C: Kondansatörün kapasitesi (F)

Kondansatörün tamamen şarj veya deşarj olması için yaklaşık $5T$ 'lik bir sürenin geçmesi gerekir. Kondansatörün kapasitesi, plakalarında depoladığı yük ve plakalar arasındaki gerilim arasındaki bağıntı,

$C=V/Q$ formülü ile ifade edilir.

C: Kondansatörün kapasitesi (F)

Q: Kondansatör plakalarında depolanan yük (Coulomb)

V: Kondansatör plakaları arasındaki gerilim (V)

Kondansatörün kapasitesi fiziksel boyutları ile doğrudan ilişkilidir. Düzlem plakalı bir kondansatörün kapasitesi,

$$C = \frac{8,85 \cdot \epsilon_r \cdot S}{10^{12} \cdot d}$$

formülü ile ifade edilir.

C: Kondansatörün kapasitesi (Farad)

ϵ_r : İletken plakalar arasındaki yalıtkanın bağıl dielektrik katsayısı

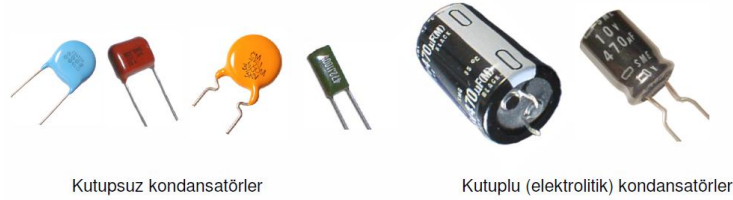
S: İletken plakaların karşılıklı birbirini gören yüzey alanı (m²)

d: İletken plakalar arasındaki yalıtkan maddenin kalınlığı (m)

Buna göre bir kondansatörün kapasitesi, iletken plakaların karşılıklı duran yüzey alanı ile doğru orantılı ve iletkenler arasındaki yalıtkan maddenin kalınlığı ile ters orantılı olarak değişir.



Şekil 3.5. Kondansatör sembolleri.



Şekil 3.6. Sabit değerli kondansatör görünüşleri.



Şekil 3.7. Ayarlı kondansatör görünüşleri.

Dirençler DC ve AC gerilimler için aynı değer ve özellikleri gösterirken, kondansatörler için durum daha farklıdır. İdeal bir kondansatör, DC gerilim altında açık devre ve AC gerilim altında kısa devre özelliğine sahiptir. DC gerilim uygulamalarında gerilim sabitleme, parazit giderme ve zaman gecikmesi elde etmek amacıyla; AC gerilimde ise filtre, kuplaj ve osilatör devrelerinde kullanılır. AC gerilim altında çalışan kondansatörün direnci **Kapasitif Reaktans** olarak isimlendirilir ve **X_C** şeklinde ifade edilir. Bir kondansatörün kapasitif reaktansı,

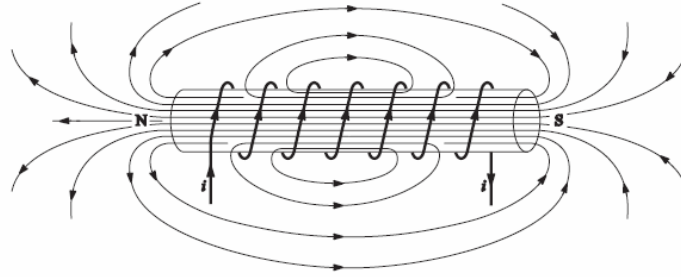
$$X_c = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}$$

X_C : Kondansatörün kapasitif reaktansı (johm)

f: Frekans (Hz)

C: Kondansatörün kapasitesi (F)

BOBİN: Elektrik akımındaki değişimlere karşı koyma yeteneğine sahip devre elemanıdır. İzoleli iletken tellerin sarmal bir şekilde üst üste ve yan yana sarılmasıyla elde edilirler. İçlerinden geçen akım nedeniyle elektromanyetik bir alan oluştururlar. Devre semalarında L1, L2 vb. seklinde kodlanır. Bobinin büyüklüğü **İndüktans** olarak ifade edilir ve birimi “Henry” olup “H” harfi ile gösterilir. Küçük değerli bobinler için “mili Henry” (mH) ve “mikro Henry” (μH) birimleri kullanılır. Sabit değerli ve değişken değerli olmak üzere iki ana gruba ayrılır.



Şekil 3.8 İçinden akım geçen bobin etrafında oluşan manyetik alan.



Şekil 3.9. Bobinin sembolü ve çeşitli bobin görünümleri.

İdeal bir bobin, DC gerilim altında kısa devre ve AC gerilim altında açık devre özelliğine sahiptir. Bobinler, zaman gecikmeli devreler, filtre devreleri ve osilatör devrelerinde kullanılır. Bobinin DC gerilim altındaki direnci birçok uygulama için dikkate alınmayacak derecede küçüktür. Bunun yanı sıra, AC gerilim altında çalışan bobinin direnci **İndüktif Reaktans** olarak isimlendirilir ve **X_L** seklinde ifade edilir. Bir bobinin indüktif reaktansı,

$$X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L$$

X_L : Bobinin indüktif reaktansı (johm)

f: Frekans (Hz)

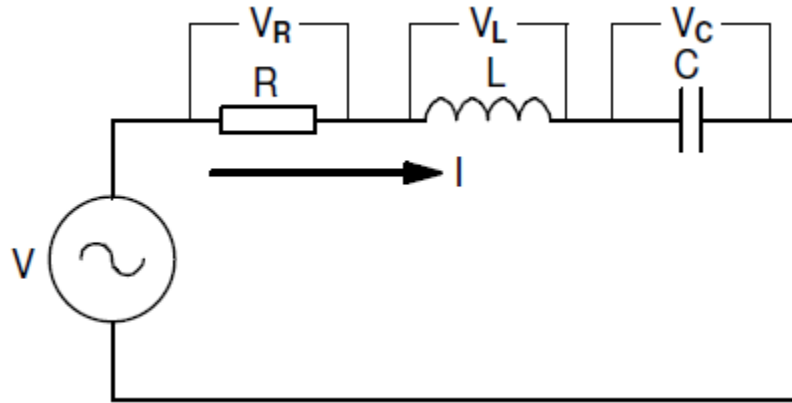
L: Bobinin indüktansı (H)

Bobinin indüktansı değeri tıpkı direnç ve kondansatörlerde olduğu gibi, üzerine rakamsal olarak doğrudan ya da yine rakamlar veya renk bantları yardımıyla dolaylı olarak kodlanır. Günümüzde renk kodlamalı bobinlerle çok sık karşılaşılmaktadır. Bu türden bobinlerin okunması tıpkı dirençlerin okunmasına benzer. Farklı olarak, sonuç mikro Henry (μH) cinsinden okunur.

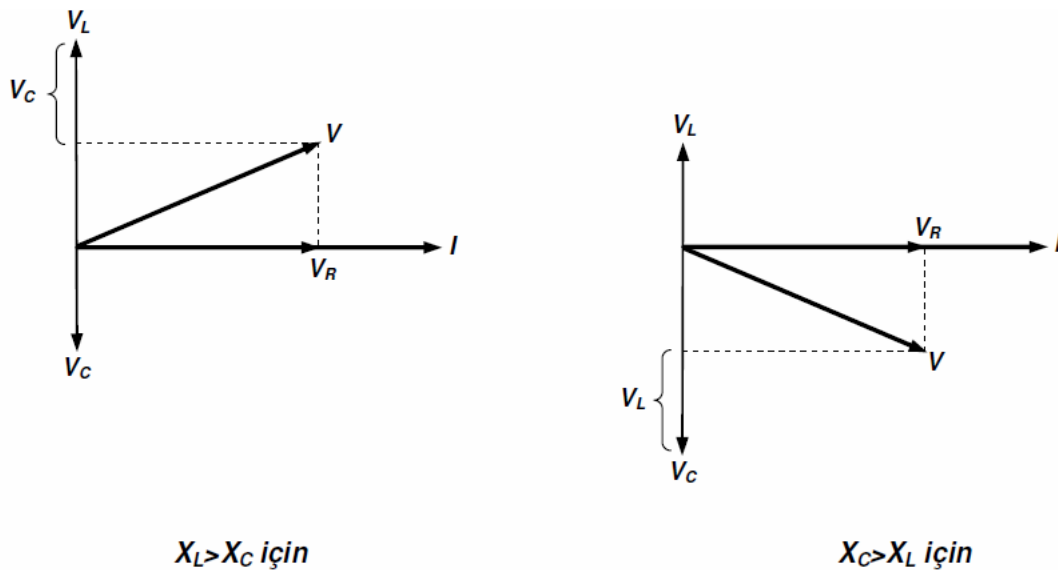
3.2. Seri ve paralel RLC devrelerinin incelenmesi

Direncin DC ve AC akımdaki değeri değişiklik göstermezken, bobin ve kondansatör için durum farklıdır. Bu elemanların AC akım altındaki dirençleri (Reaktans) frekansa bağlı olarak farklı değerler alır. Bunun yanı sıra bobinden geçen akım gerilimden 90° geride ve kondansatörden geçen akım gerilimden 90° ileridedir. RLC devrelerinin alternatif akıma gösterdiği toplam direnç **Empedans** (kısaca Z ile gösterilir) olarak isimlendirilir ve birimi ohm' dur.

Seri RLC Devresi



Şekil 3.10. Seri RLC devresi.



Şekil 3.11. Seri RLC devresine ait vektör diyagramları.

$X_L = X_C$ durumunda devre sadece direnç özelliği gösterir. Devreye ait eşitlikler,

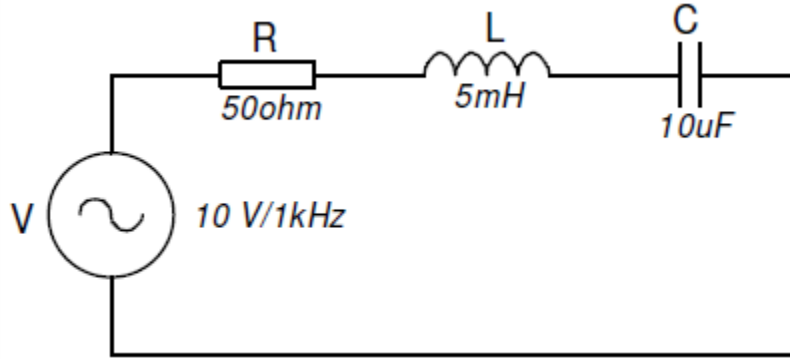
$$V = \sqrt{V_R^2 + (V_L - V_C)^2}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Eğer devrede bobin veya kondansatörden herhangi biri yoksa ona ait Reaktans değeri yerine sıfır yazılıp aynı eşitlik kullanılabilir.

$$I = \frac{V}{Z} \quad V_R = I.R \quad V_L = I.X_L \quad V_C = I.X_C$$

Şekil 3.12’de verilen devrede empedansı, devre akımını ve her bir eleman üzerine düşen gerilimi bobinin omik direncini ihmal ederek hesaplayacak olursak,



Şekil 3.12. Seri RLC devre örneği.

$$X_L = 2.\pi.f.L = 2.\pi.(1.10^3).(5.10^{-3}) = 31,4\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2.\pi.f.C} = \frac{1}{2.\pi.(1.10^3).(10.10^{-6})} = 15,9\Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{50^2 + (31,4 - 15,9)^2} = 52,35\Omega$$

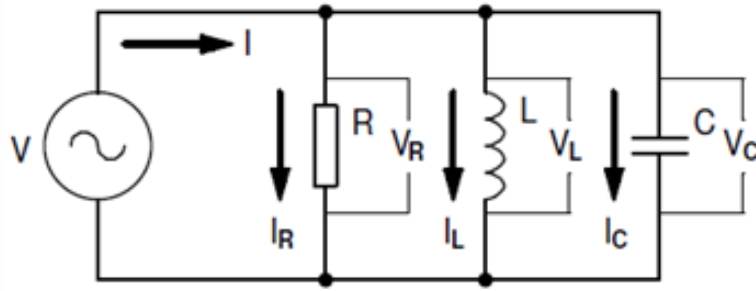
$$I = \frac{V}{Z} = \frac{10}{52,35} = 0,191A$$

$$V_R = I.R = 0,191.50 = 9,55V$$

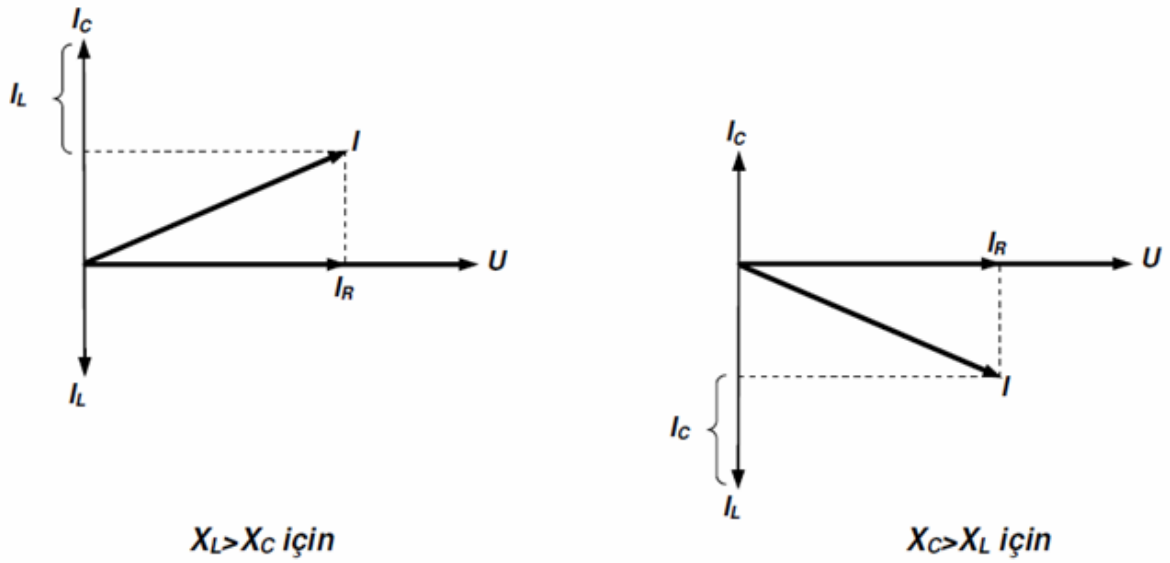
$$V_L = I.X_L = 0,191.31,4 = 5,997V$$

$$V_C = I.X_C = 0,191.15,9 = 3,037V$$

Paralel RLC Devresi



Şekil 3.13. Paralel RLC devresi.



Şekil 3.14. Paralel RLC devresine ait vektör diyagramları.

$X_L = X_C$ durumunda ise devre sadece direnç özelliği gösterir. Devreye ait eşitlikler,

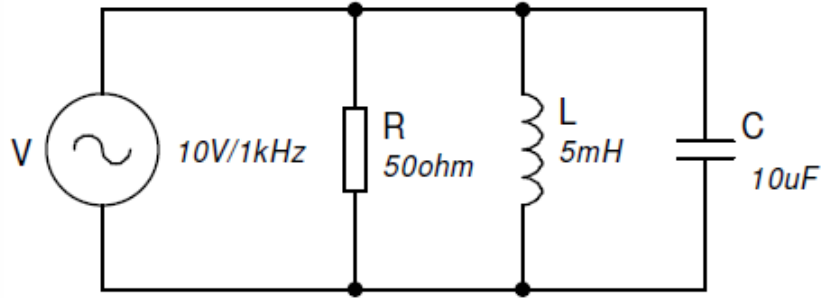
$$V = \sqrt{I_R^2 + (I_L - I_C)^2}$$

$$Z = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C}\right)^2}}$$

Eğer devrede bobin veya kondansatörden herhangi biri yoksa ona ait reaktans değeri yerine sıfır yazılıp aynı eşitlik kullanılabilir.

$$I = \frac{V}{Z} \quad I_R = \frac{V}{R} \quad I_L = \frac{V}{X_L} \quad I_C = \frac{V}{X_C}$$

Şekil 3.15’te verilen devrede empedansı, devre akımını ve her bir eleman üzerine düşen gerilimi bobinin omik direncini ihmal ederek hesaplayacak olursak,



Şekil 3.15. Paralel RLC devre örneği.

$$X_L = 2\pi \cdot f \cdot L = 2\pi \cdot (1 \cdot 10^3) \cdot (5 \cdot 10^{-3}) = 31,4\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C} = \frac{1}{2\pi \cdot (1 \cdot 10^3) \cdot (10 \cdot 10^{-6})} = 15,9\Omega$$

$$Z = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{100^2} + \left(\frac{1}{31,4} - \frac{1}{15,9}\right)^2}} = 27\Omega$$

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{10}{27} = 0,37 A$$

$$I_R = \frac{V}{R} = \frac{10}{50} = 0,2 A$$

$$I_L = \frac{V}{X_L} = \frac{10}{31,4} = 0,318 A$$

$$I_C = \frac{V}{X_C} = \frac{10}{15,9} = 0,629 A$$

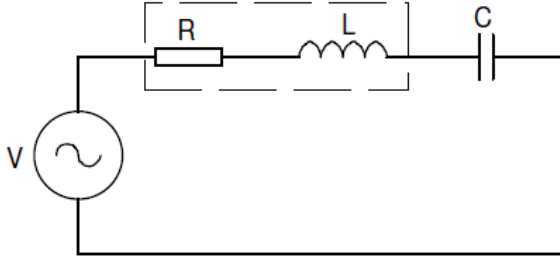
3.3. Rezonans devrelerin incelenmesi

Rezonans devreleri, bobin ve kondansatörün seri veya paralel bağlanmasıyla elde edilen devrelerdir. Bu devrelerde AC gerilimin belirli bir frekansında indüktif ve kapasitif reaktanslar birbirine eşitlenerek özel bir durum ortaya çıkar. Bu özel durum, devre empedansının çok küçük ya da çok büyük değerler almasıdır. Bu durumun ortaya çıkmasına neden olan frekans **“rezonans frekansı”** olarak adlandırılır ve değeri devredeki bobin ve kondansatörün büyüklüğüne bağlıdır. Rezonans frekansı, aşağıdaki denklem ile hesaplanabilir.

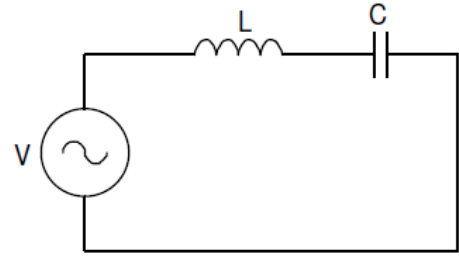
$$f_o = \frac{1}{2.\pi.\sqrt{L.C}}$$

Seri Rezonans Devresi

Bobin ve kondansatörün seri bağlanmasıyla elde edilir. Şekilde görülen R direnci, bobinin omik direnci olup birçok durumda rahatlıkla ihmal edilebilecek kadar küçüktür.



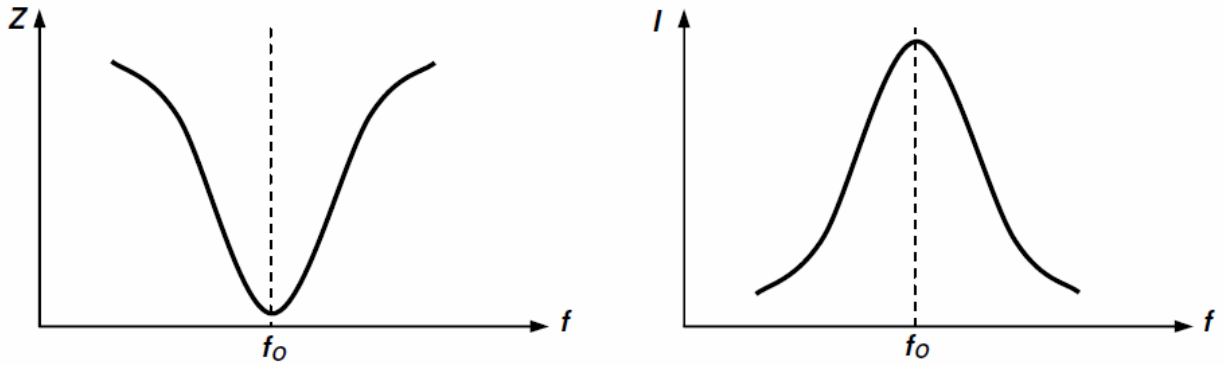
R, bobinin omik direncidir



Bobin direnci ihmal edilmiştir

Şekil 3.16. Seri rezonans devresi.

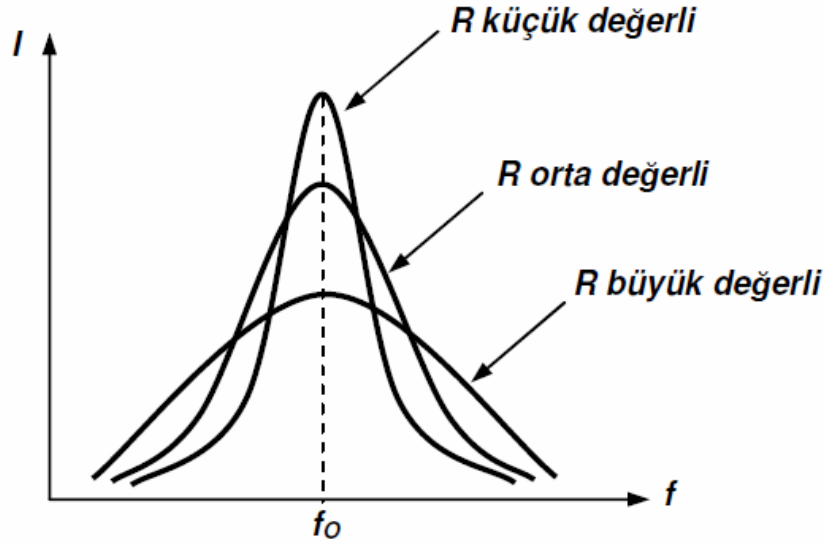
Seri rezonans devresinde empedans (Z), rezonans frekansında en küçük değerindedir. Rezonans frekansından uzaklaştıkça empedansın değeri artar. Buna bağlı olarak devre akımı (I), rezonans frekansında en yüksek değerini alırken, rezonans frekansının altında ve üstünde ise akım giderek azalacaktır.



Şekil 3.17. Seri rezonans devresine ait frekans-empedans ve frekans-akım eğrileri.

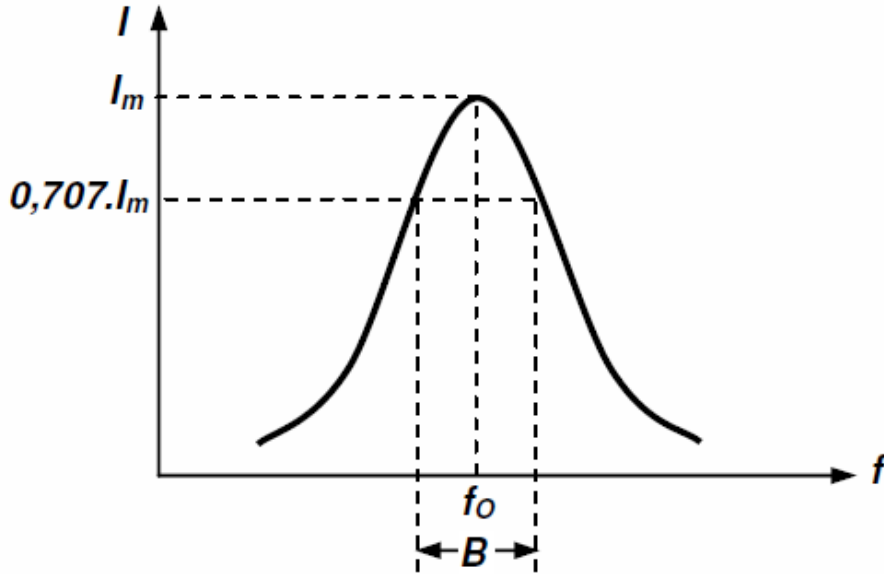
Rezonans eğrisi olarak da adlandırılan bu eğrilerin şeklini belirleyen devrenin “***Q- kalite katsayısı***”dır. Kalite katsayısının yüksek olması devrenin seçiciliğini artırır. Kalite katsayısı devredeki bobinin indüktif reaktansı ve omik direncine bağlı olarak aşağıdaki eşitlikteki gibi ifade edilmektedir.

$$Q = \frac{X_L}{R}$$



Şekil 3.18.Direnç değerinin rezonans eğrisine etkisi.

Rezonans devrelerinde bir diğer parametre de bant genişliğidir. Bant genişliği (B), devredeki akım değerinin, maksimum akımın 0,707 ile çarpımı ile bulunan seviyeye düştüğü frekans değerleri arasındaki bölgedir.

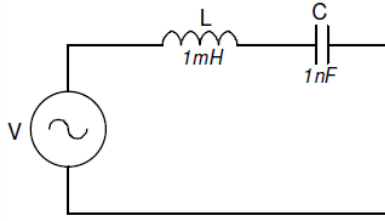


Şekil 3.19. Bant genişliğinin rezonans eğrisi üzerinde gösterilmesi.

Rezonans devreleri frekans seçici olarak davrandıklarından, bant genişliğinin küçük, dolayısıyla kalite katsayısının yüksek olması istenir. Bant genişliği kalite katsayısı ile doğrudan ilgili olup, aşağıdaki ifadeden bulunabilir.

$$Q = \frac{X_L}{R} = \frac{f_o}{B} \Rightarrow B = \frac{R}{X_L} \cdot f_o$$

Aşağıdaki şekilde verilen seri rezonans devresinde bobinin omik direnci 20Ω ’dur. Devrenin rezonans frekansını ve bant genişliği hesaplayınız.



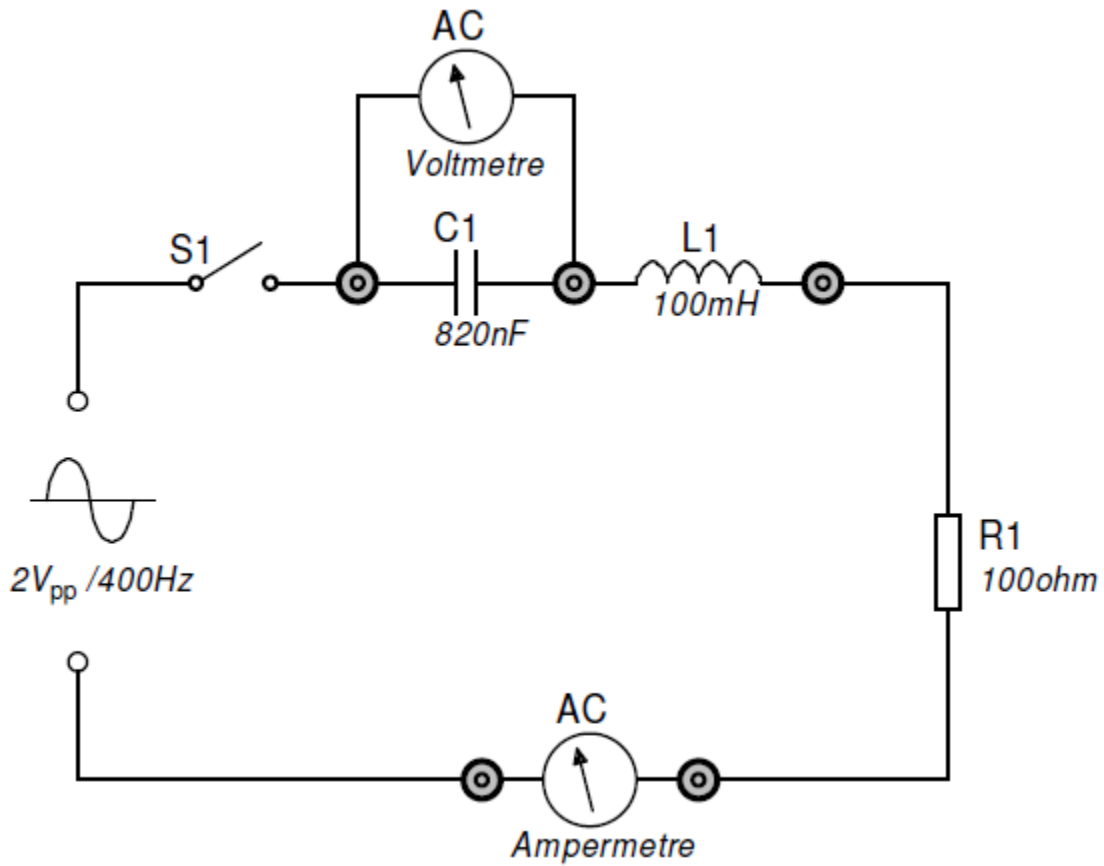
$$f_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{(1.10^{-3}) \cdot (1.10^{-9})}} = 159154 \text{ Hz}$$

$$X_L = 2\pi \cdot f \cdot L = 2\pi \cdot 159154 \cdot (1.10^{-3}) = 1000\Omega$$

$$B = \frac{R}{X_L} \cdot f_o = \frac{20}{1000} \cdot 159154 = 3183 \text{ Hz}$$

4. DENEYİN YAPILIŞI

4.1. Seri RLC devrelerin incelenmesi



Şekil 3.23. Seri RLC uygulama devresi.

Deneyin Yapılışı:

Seri RLC Devresi

- 1- Şekil 3.23’te görülen seri RLC uygulama devresini deney bordu üzerine kurunuz.
- 2- Deney şemasında verilen devreye ait büyüklükleri hesaplayarak sonuçları gözlem tablosuna kaydediniz.
- 3- Deney şemasında verilen devrenin girişine ana ünitadaki osilatörden 2VPP/400Hz sinüs sinyal uygulayınız.

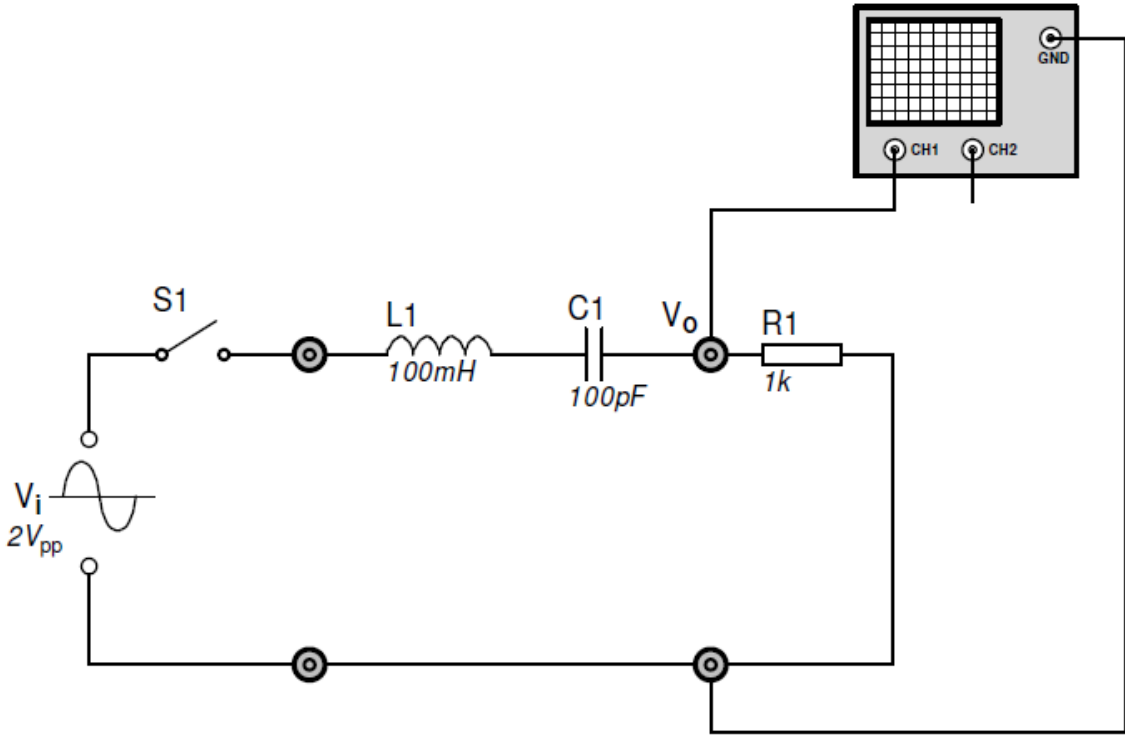
4- Devreden geçen akımı ve her bir eleman üzerine düşen gerilimleri ölçerek sonuçları gözlem tablosuna kaydediniz.

5- Hesaplama ve ölçüm sonuçlarını elemanların toleranslarını da göz önünde bulundurarak kıyaslayınız.

Gözlem Tablosu:

	I	V _R	V _L	V _C
Hesaplanan				
Ölçülen				

4.2. Rezonans devrelerinin incelenmesi



Şekil 3.24. Seri rezonans uygulama devresi.

Deneyin Yapılışı:

Seri Rezonans Devresi

1- Şekil 3.24'te görülen seri rezonans uygulama devresini deney bordu üzerine kurunuz.

2- Deney şemasında verilen devreye ait rezonans frekansını hesaplayarak sonucu gözlem tablosuna kaydediniz.

3- Deney semasında verilen devrenin girişine ana üniteadaki osilatörden 2VPP sinüs sinyal uygulayınız.

4- Çıkış geriliminin en büyük olduğu değeri gözlemleyene kadar ana üniteadaki osilatörün frekansını değiştiriniz. Çıkış geriliminin en büyük değerini aldığı bu durumda, giriş sinyalinin frekansını ölçerek rezonans frekansı olarak kaydediniz.

5- Hesaplama ve ölçüm sonuçlarını elemanların toleranslarını da göz önünde bulundurarak kıyaslayınız.

Gözlem Tablosu:

	Seri rezonans devresi f_0
Hesaplanan	
Ölçülen	